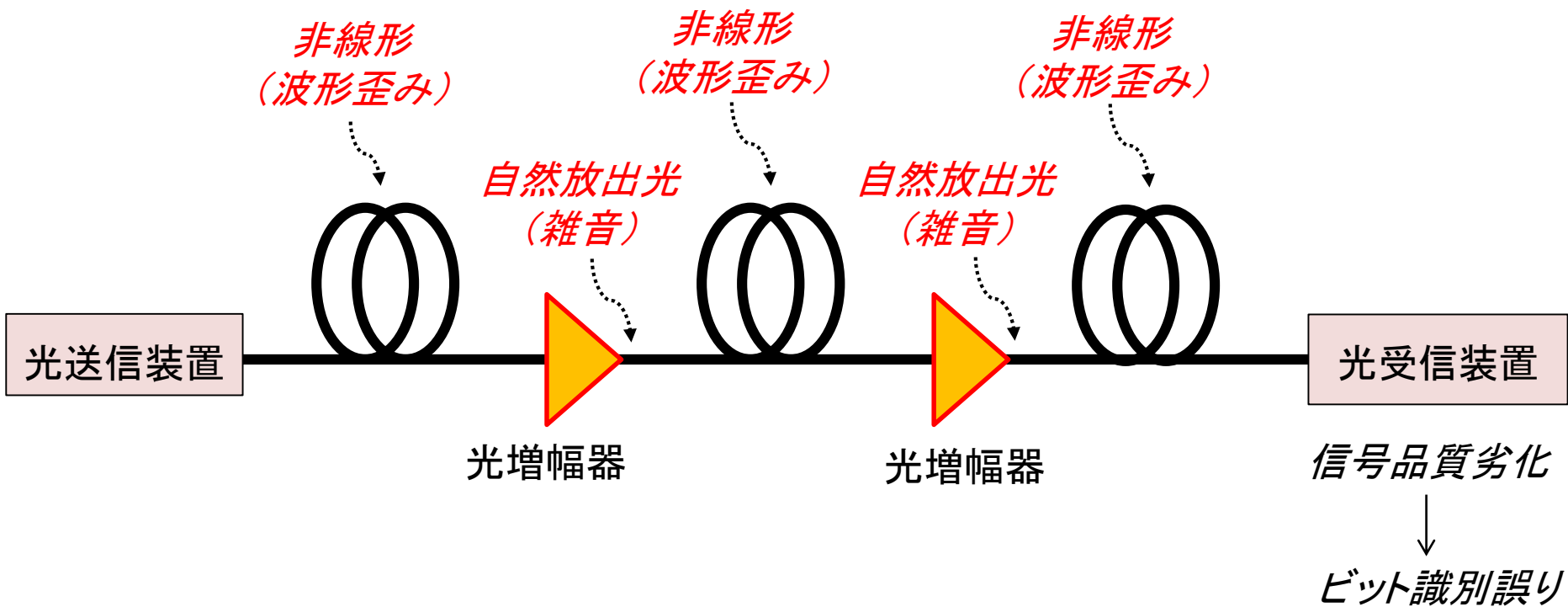


光増幅と非線形

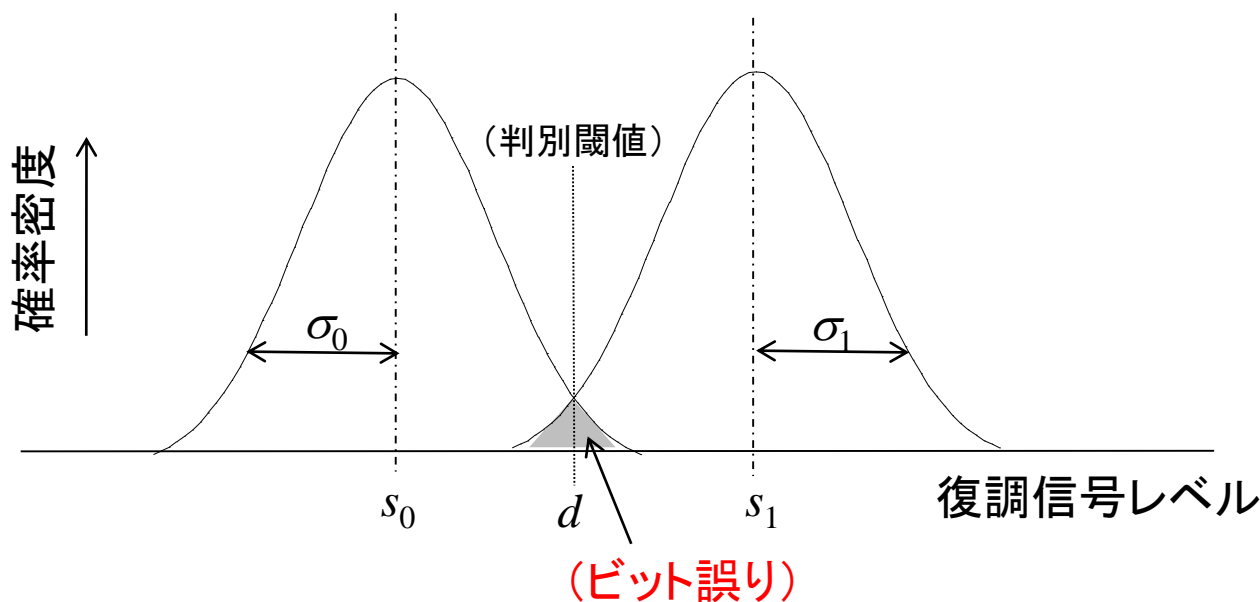
大阪大学

井上 恭

光ファイバ伝送系



ビット誤り率 (BER) 評価の基本はQ値またはSN比



ガウス型雑音とすると、

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^d \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(s-s_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] ds + \frac{1}{2} \int_d^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left[-\frac{(s-s_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] ds = \frac{1}{2} \text{erfc}\left[\frac{Q}{\sqrt{2}}\right]$$

{1, 0}が同じ分布だと、

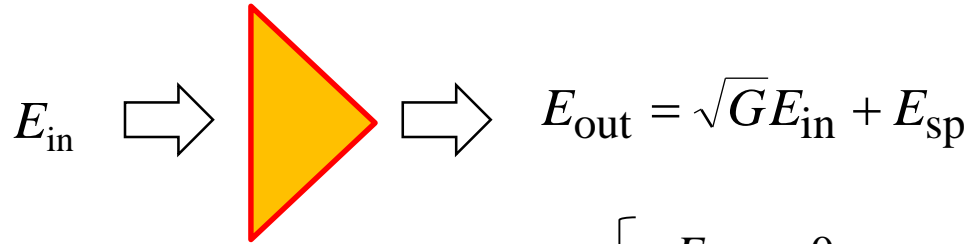
$$Q \equiv \frac{s_1 - s_0}{\sigma_1 + \sigma_0}$$

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left[\frac{SN}{\sqrt{2}}\right] \quad SN \equiv \frac{s^2}{\sigma^2}$$

光増幅で生じる雑音

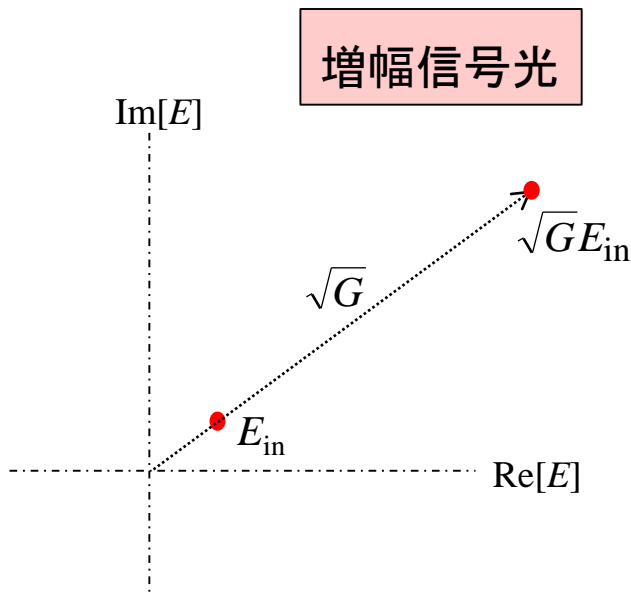
光増幅現象

反転分布状態の二準位系媒質に信号光を入射 → 信号光増幅 + 自然放出光発生

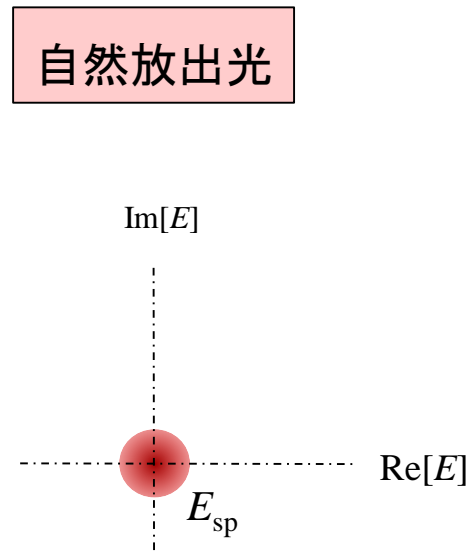


$$\begin{cases} \langle E_{sp} \rangle = 0 \\ \langle |E_{sp}|^2 \rangle = h\nu(G-1)n_{sp} \times B_{opt} \end{cases}$$

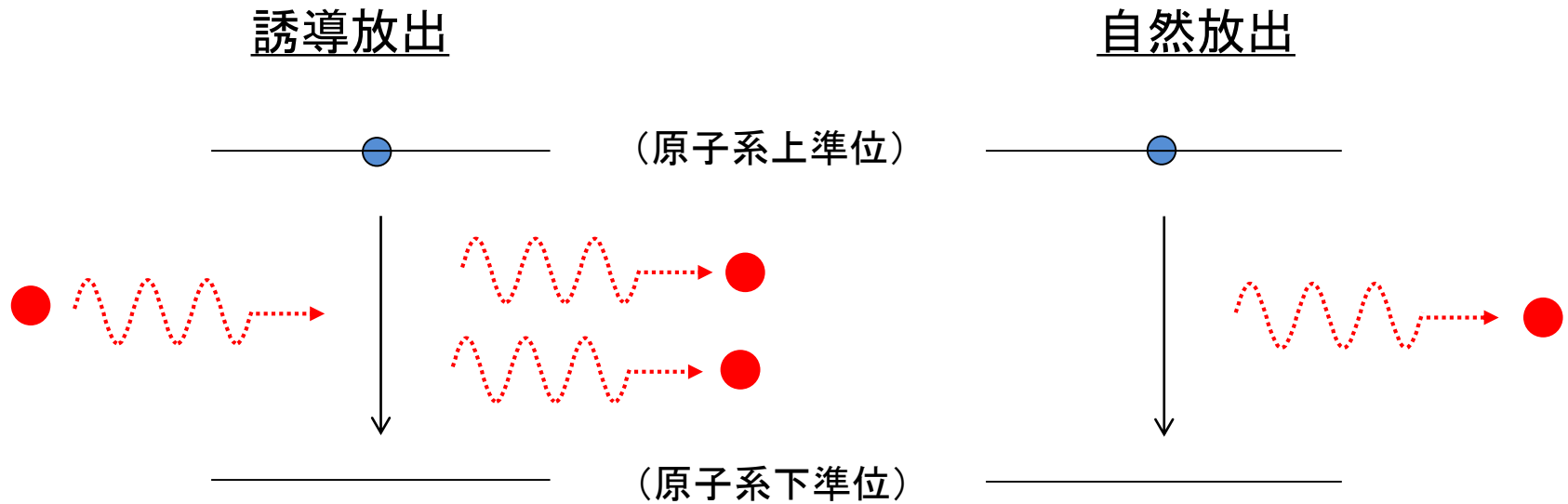
G : 信号利得 (パワー)
 h : プランク定数
 ν : 光周波数
 n_{sp} : 反転分布パラメータ
($NF = 2n_{sp}$)
 B_{opt} : 光帯域



+



光増幅の原理



$$n_{\text{out}} = A (n_{\text{in}} + 1)$$

ただし、上記はエネルギーのやり取りの話(電界振幅の情報)は欠如)

- 誘導放出された光と入射光との位相関係は？
- 自然放出光の位相状態は？
- 自然放出光の電界振幅分布は？

量子力学の基礎

◆ 物理系の状態はケットベクトルで表される; $|\Psi\rangle$

◆ 物理量は演算子で表される; \hat{A}

◆ 物理量の平均値は物理量演算子を状態ベクトルで挟み込んだ内積で与えられる;

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle$$

◆ 状態変化はシュレディンガー方程式に従う;

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle \longrightarrow |\Psi(t)\rangle = \exp[-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t] |\Psi(0)\rangle$$

(\hat{H} : エネルギー演算子 = ハミルトニアン)

◆ 時間変化後の状態についての物理量の平均値は、時間変化後の物理量演算子を初期状態ベクトルで挟み込んだ内積で与えられる(ハイゼンベルグ表示);

$$\langle \Psi(t) | \hat{A} | \Psi(t) \rangle = \langle \Psi(0) | \exp[i(\hat{H}/\hbar)t] \hat{A} \exp[-i(\hat{H}/\hbar)t] | \Psi(0) \rangle$$

$$= \langle \Psi(0) | \hat{A}(t) | \Psi(0) \rangle$$

$$\left[\hat{A}(t) \equiv \exp[i(\hat{H}/\hbar)t] \hat{A} \exp[-i(\hat{H}/\hbar)t] \right]$$

光増幅の量子力学的取扱い

光と原子系との相互作用エネルギー—演算子

$$\hat{H}_{\text{int}} = i\hbar g \sum_j \{ \hat{\pi}_j^\dagger \hat{a} - \hat{a}^\dagger \hat{\pi}_j \}$$

$\hat{\pi}$: 原子系の遷移(上準位 \rightarrow 下準位)を表す演算子
 \hat{a} : 光子消滅演算子(=光電場演算子)
 j : 原子の番号付け

初期状態

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_a(0)\rangle \otimes |\Psi_r(0)\rangle$$

原子系
入力光状態

原子系は{上準位にいる原子が N_2 個/下準位にいる原子が N_1 個}

$$|\Psi_a(0)\rangle = \prod_{k=1}^{N_1} |\phi_1\rangle_k \prod_{k=1}^{N_2} |\phi_2\rangle_{N_1+k}$$

↑
下準位状態

↑
上準位状態

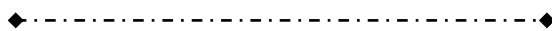
知りたい物理量

電界振幅: $\hat{a}(= \hat{x}_1 + i\hat{x}_2)$

電界振幅(実数部/虚数部)の二乗:

(分散 $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ をみるため)

$$\hat{x}_1^2 = \left(\frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{2} \right)^2 \quad \hat{x}_2^2 = \left(\frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{2i} \right)^2$$



演算子/平均値の微小時間変化

$$\hat{a}(t_0 + \tau) = \exp[i(\hat{H}_{\text{int}} / \hbar)\tau] \hat{a}(t_0) \exp[-i(\hat{H}_{\text{int}} / \hbar)\tau]$$

$$= \hat{a}(t_0) - g\tau \sum_j \hat{\pi}_j + \frac{(g\tau)^2}{2} \sum_j (\hat{\pi}_j^\dagger \hat{\pi}_j - \hat{\pi}_j \hat{\pi}_j^\dagger) \hat{a}(t_0)$$

$$\hat{x}_{1,2}^2(t_0 + \tau) = \hat{x}_{1,2}^2(t_0) - g\tau \sum_j (\hat{\pi}_j + \hat{\pi}_j^\dagger) \hat{x}_{1,2}^2(t_0)$$

$$+ (g\tau)^2 \left\{ \sum_j (\hat{\pi}_j^\dagger \hat{\pi}_j - \hat{\pi}_j \hat{\pi}_j^\dagger) \hat{x}_{1,2}^2(t_0) + \frac{1}{4} \sum_j (\hat{\pi}_j \hat{\pi}_j^\dagger + \hat{\pi}_j^\dagger \hat{\pi}_j) \right\}$$

$$\left[\text{計算にあたっては、expを微小展開; } \exp[i(\hat{H}_{\text{int}} / \hbar)\tau] = 1 + \frac{i\tau}{\hbar} \hat{H}_{\text{int}} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{i\tau}{\hbar} \hat{H}_{\text{int}} \right\}^2 \right]$$

$$\langle \hat{a}(t_0 + \tau) \rangle = \left\{ 1 + \frac{(g\tau)^2}{2} (N_2 - N_1) \right\} \langle \hat{a}(t_0) \rangle \approx \sqrt{G_0} \langle \hat{a}(t_0) \rangle$$

$$\langle \hat{x}_{1,2}^2(t_0 + \tau) \rangle = G_0 \langle \hat{x}_{1,2}^2(t_0) \rangle + \frac{(g\tau)^2}{4} (N_1 + N_2) \quad \left[G_0 \equiv \exp[(g\tau)^2 (N_2 - N_1)] \right]$$

増幅器長にわたって伝搬



区間# k の入出力

$$\begin{cases} \langle \hat{a}(k) \rangle = \sqrt{G_0} \langle \hat{a}(k-1) \rangle \\ \langle \hat{x}_{1,2}^2(k) \rangle = G_0 \langle \hat{x}_{1,2}^2(k-1) \rangle + \frac{1}{4}(G_0 - 1)(2n_{\text{sp}} - 1) \end{cases} \quad \left(n_{\text{sp}} \equiv \frac{N_2}{N_2 - N_1} \right)$$

↓ (逐次伝搬)

増幅器入出力

$$\begin{cases} \langle \hat{a}(\text{out}) \rangle = \sqrt{G} \langle \hat{a}(\text{in}) \rangle \\ \langle \hat{x}_{1,2}^2(\text{out}) \rangle = G \langle \hat{x}_{1,2}^2(\text{in}) \rangle + \frac{1}{4}(G - 1)(2n_{\text{sp}} - 1) \end{cases} \quad \left(G \equiv G_0^M \right)$$

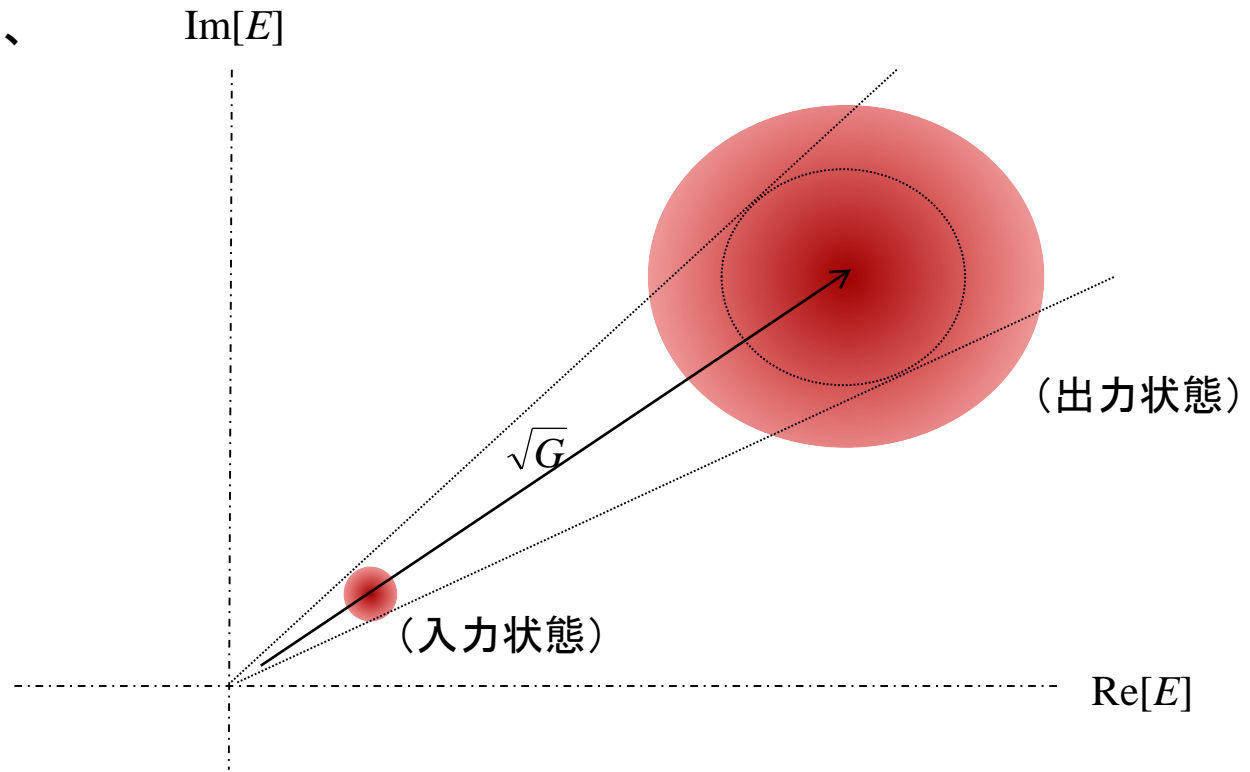
出力振幅揺らぎ(分散)

入力光振幅揺らぎ

付加揺らぎ

$$\sigma_{1,2}^2(\text{out}) = \langle \hat{x}_{1,2}^2(\text{out}) \rangle - \langle \hat{x}_{1,2}(\text{out}) \rangle^2 = G \sigma_{1,2}^2(\text{in}) + \frac{1}{4}(G - 1)(2n_{\text{sp}} - 1)$$

図的に描くと、



古典モデルとの対応

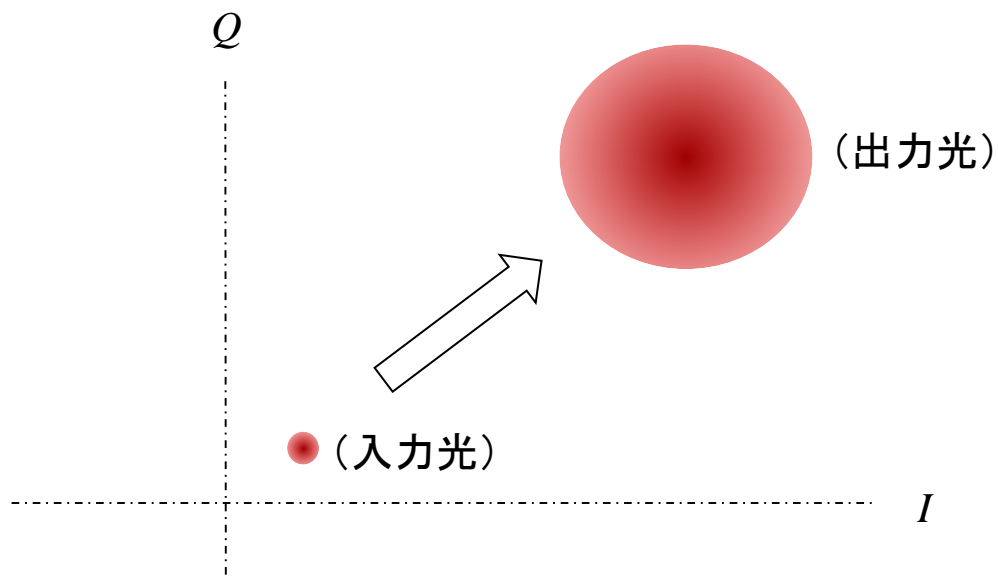
入力光を雑音の無い光(コヒーレント状態)とする。

$$\sigma_{1,2}^2(\text{out}) = \frac{1}{4}G + \frac{1}{4}(G-1)(2n_{\text{sp}} - 1) = \boxed{\frac{1}{4}} + \boxed{\frac{1}{2}(G-1)n_{\text{sp}}}$$

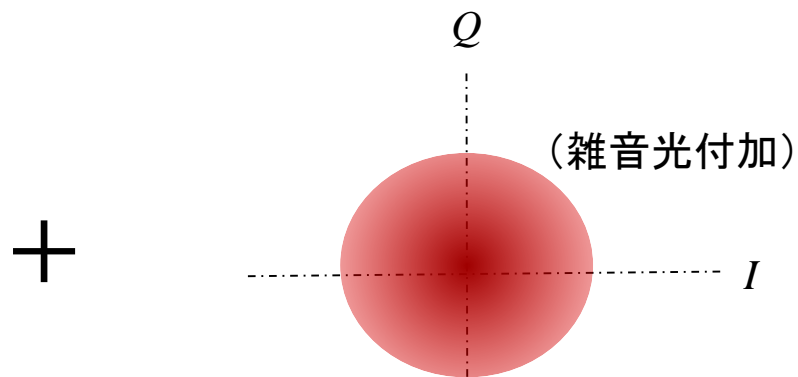
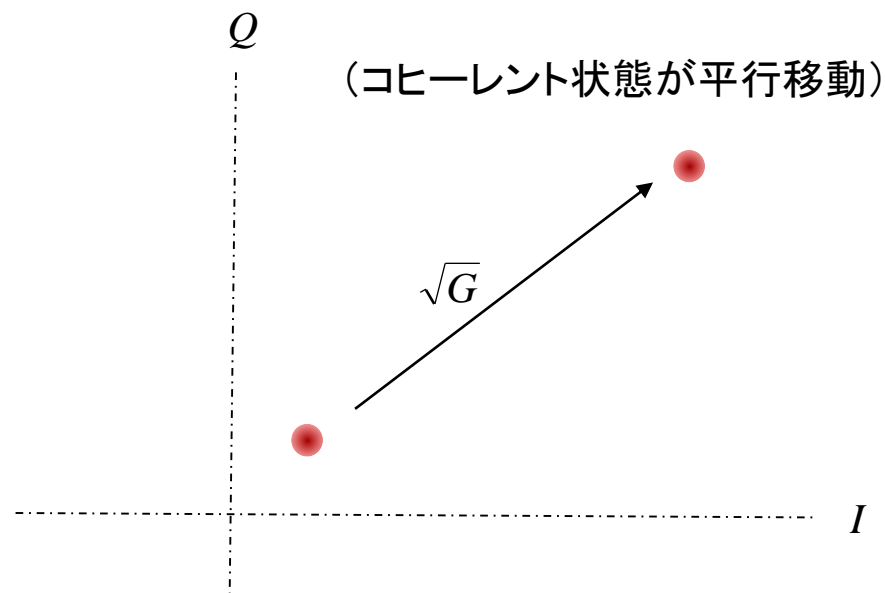
コヒーレント状態の揺らぎ

付加揺らぎ

図的に描くと、



||

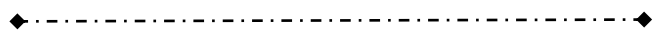


$$\sigma_{\text{noise}}^2 = (G-1)n_{\text{sp}} = (\text{自然放出光子数})$$

以上の考察より、光増幅器の入出力特性は次のように表すことができる。

$$E_{\text{out}} = \sqrt{G}E_{\text{in}} + E_{\text{sp}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle E_{\text{sp}} \rangle = 0 \\ \langle \text{Re}[E_{\text{sp}}]^2 \rangle = \langle \text{Im}[E_{\text{sp}}]^2 \rangle = h\nu(G-1)n_{\text{sp}}/2 \times B_{\text{opt}} \end{array} \right.$$

$h\nu$: 1光子エネルギー (前記考察は光子数をベースにしているため)
 B_{opt} : 自然放出光帯域 (前記は特定の2準位についての考察であるため)



以上は電界振幅の話。光強度(光子数)についても同様の手順で考察できる。

光子数演算子: $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ ($I = |E|^2 = E^* \times E$ に対応)

増幅器入出力

入力光子数

自然放出光子数

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}(\text{out}) \rangle &= G \langle \hat{n}(\text{in}) \rangle + (G-1)n_{\text{sp}} \\ \sigma_n^2 &= \langle \hat{n}^2(\text{out}) \rangle - \langle \hat{n}(\text{out}) \rangle^2 \\ &= G n_{\text{in}} + (G-1)n_{\text{sp}} + 2G(G-1)n_{\text{in}}n_{\text{sp}} + (G-1)^2 n_{\text{sp}}^2 + G^2 \{ \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 - \langle \hat{n} \rangle \} \end{aligned}$$

sig.shot雑音

sp.shot雑音

sig-sp beat雑音

sp-sp beat雑音

過剰雑音

雑音指数(NF)について

定義:
$$NF = \frac{(SN)_{in}}{(SN)_{out}} = \frac{(\bar{n}^2 / \sigma_n^2)_{in}}{(\bar{n}^2 / \sigma_n^2)_{out}}$$

$\left(\begin{array}{l} \bar{n}: \text{平均光子数} \\ \sigma_n^2: \text{光子数の分散} \end{array} \right)$

但し、入力は純粹単一周波数光(コヒーレント状態)とする。

入力SN:
$$\left. \begin{array}{l} \bar{n} = \langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = n_0 \\ \sigma_n^2 = \langle \alpha | \hat{n}^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle^2 = n_0 \end{array} \right\} (SN)_{in} = \frac{n_0^2}{n_0} = n_0$$

出力SN:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{n} = Gn_0 + (G-1)n_{sp} \approx Gn_0 \\ \sigma_n^2 = Gn_0 + (G-1)n_{sp} + 2G(G-1)n_0n_{sp} + (G-1)^2n_{sp}^2 \\ \approx 2G(G-1)n_0n_{sp} \end{array} \right\} (SN)_{out} = \frac{(Gn_0)^2}{2G(G-1)n_0n_{sp}} \approx \frac{n_0}{2n_{sp}}$$



$$NF = 2n_{sp}$$

反転分布パラメータ n_{sp} について

$$n_{sp} \equiv \frac{N_2}{N_2 - N_1}$$

これが光増幅器の雑音性能を規定

雑音性能は自然放出確率を信号利得で規格化した値で示唆される； $\frac{(\text{自然放出確率})}{(\text{増幅確率})}$

自然放出率は上準位数に比例； $(\text{自然放出確率}) \propto N_2$

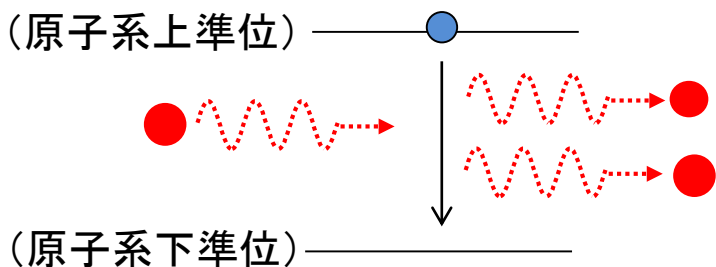
増幅率は誘導放出と吸収とのバランスで決まる；

$$(\text{増幅率}) \propto (\text{誘導放出確率}) - (\text{吸収確率})$$

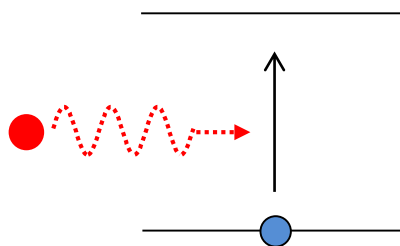
誘導放出確率は上準位数に比例； $(\text{誘導放出確率}) \propto N_2$

吸収確率は下準位数に比例； $(\text{吸収確率}) \propto N_1$

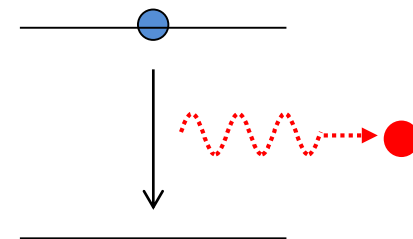
誘導放出



吸収

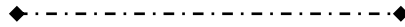


自然放出





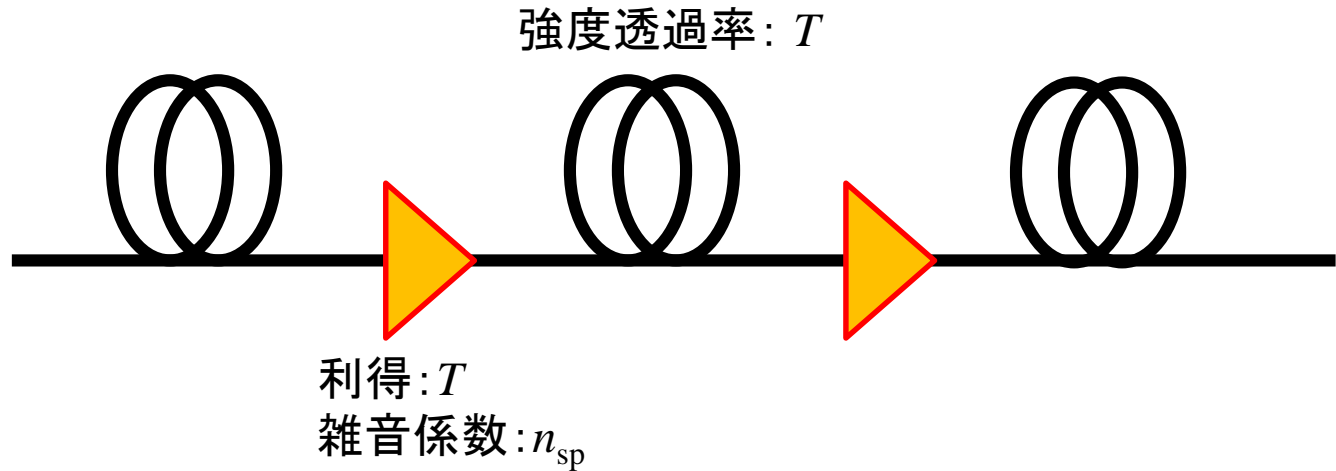
$$\text{雜音性能} \propto \frac{\text{(自然放出)}}{\text{(誘導放出)} - \text{(吸收)}} = \frac{N_2}{N_2 - N_1} = \frac{1}{1 - N_1 / N_2}$$



極限值 $n_{\text{sp}} = 1$ when $N_1 = 0$ (完全反転分布状態)

$NF = 2 = 3\text{dB}$ (量子雜音限界)

光増幅伝送系



1 段目アンプ出力: $E_{\text{out}}^{(1)} = \sqrt{G}E_{\text{in}}^{(1)} + E_{\text{sp}}^{(1)} = \sqrt{G}\{\sqrt{T}E_0\} + E_{\text{sp}}^{(1)}$

2 段目アンプ出力: $E_{\text{out}}^{(2)} = \sqrt{GT}E_{\text{out}}^{(1)} + E_{\text{sp}}^{(2)} = \sqrt{GT}\{\sqrt{GT}E_0 + E_{\text{sp}}^{(1)}\} + E_{\text{sp}}^{(2)}$

⋮

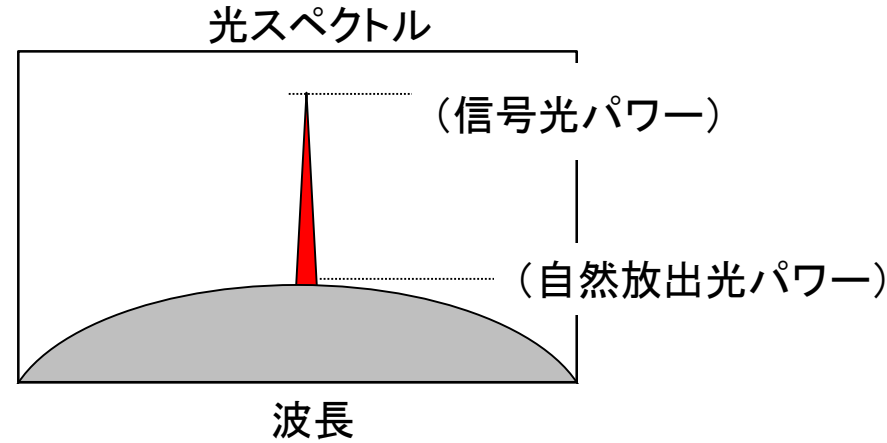
M 段目アンプ出力: $E_{\text{out}}^{(M)} = (\sqrt{GT})^M E_0 + \sum_k^M (\sqrt{GT})^{M-k} E_{\text{sp}}^{(k)} = E_0 + \sum_k^M E_{\text{sp}}^{(k)}$
($GT = 1$ とすると)

受信器入力: $E_{\text{rec}} = \sqrt{T_{\text{last}}}\left\{E_0 + \sum_k^M E_{\text{sp}}^{(k)}\right\}$

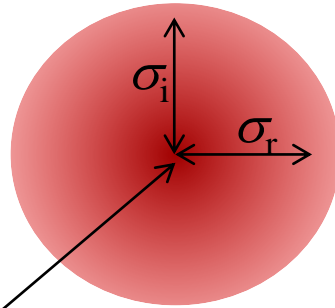
光SNについて

光SN比: 信号光パワーと自然放出光パワー(in 信号波長帯域)の比

$$OSNR \equiv \frac{\text{(信号光パワー)}}{\text{(自然放出光パワー)}}$$



Im[E]



光SNは電場振幅のSNと等価

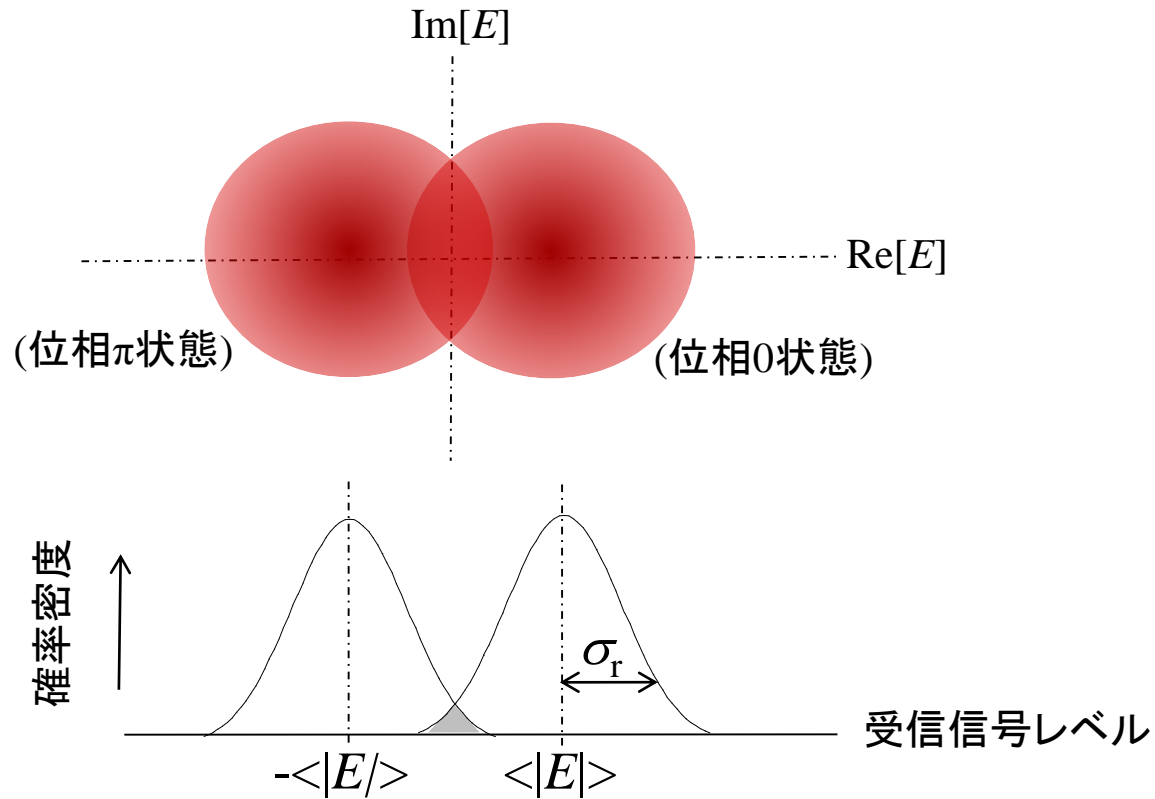
$\langle E \rangle$

$$\frac{\langle E \rangle^2}{\sigma_r^2 + \sigma_i^2} = \frac{\text{(平均光子数)}}{\text{(自然放出光子数)}} = OSNR \quad \text{(1偏波当たり)}$$

Re[E]

光SNとビットエラーレート

増幅伝送されたBPSK信号光をコヒーレント検波する



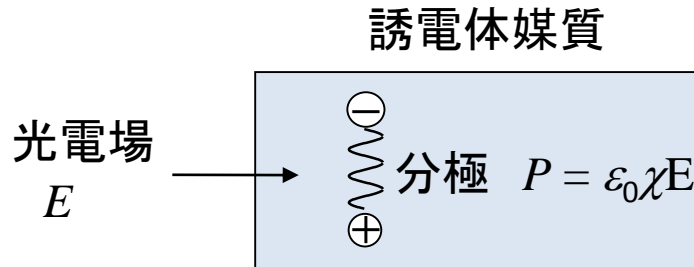
$$\text{BER} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{(\langle |E| \rangle / \sigma_r)^2}{\sqrt{2}} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{(\text{OSNR}/2)^2}{\sqrt{2}} \right]$$

光SNとビットエラーレートは1対1関係

光非線形による信号劣化

非線形分極

誘電体媒質内では入射光により分極が発生



分極 P はおおむね入射電場 E に比例。が、ごく微小には歪みが存在。
これを E についての微小展開形で表す。

$$P = \varepsilon_0 \chi(E) E \quad \left(\chi(E) = \chi_1 + \chi_2 E + \chi_3 EE + \dots \right)$$
$$= \varepsilon_0 \chi_1 E + \underbrace{\varepsilon_0 \chi_2 EE + \varepsilon_0 \chi_3 EEE + \dots}_{\text{非線形分極}}$$

等方性媒質 (e.g., ガラス) では偶数次項は無い。

ので、光ファイバの非線形性は3次項 $\varepsilon_0 \chi_3 EEE$ に起因。

光ファイバに3周波数光を入射したとする。

$$E = \frac{1}{2} \{ E_1 e^{-i2\pi f_1 t} + E_2 e^{-i2\pi f_2 t} + E_3 e^{-i2\pi f_3 t} \} + c.c.$$

発生する非線形分極は、

$$\begin{aligned} P_{\text{NL}} &= \varepsilon_0 \chi_3 EEE \\ &= \frac{1}{8} \varepsilon_0 \chi_3 \left\{ E_1 e^{-i2\pi f_1 t} + E_2 e^{-i2\pi f_2 t} + E_3 e^{-i2\pi f_3 t} + E_1^* e^{i2\pi f_1 t} + E_2^* e^{i2\pi f_2 t} + E_3^* e^{i2\pi f_3 t} \right\} \\ &\quad \times \left\{ E_1 e^{-i2\pi f_1 t} + E_2 e^{-i2\pi f_2 t} + E_3 e^{-i2\pi f_3 t} + E_1^* e^{i2\pi f_1 t} + E_2^* e^{i2\pi f_2 t} + E_3^* e^{i2\pi f_3 t} \right\} \\ &\quad \times \left\{ E_1 e^{-i2\pi f_1 t} + E_2 e^{-i2\pi f_2 t} + E_3 e^{-i2\pi f_3 t} + E_1^* e^{i2\pi f_1 t} + E_2^* e^{i2\pi f_2 t} + E_3^* e^{i2\pi f_3 t} \right\} \end{aligned}$$

3乗の掛け算から様々な周波数成分の分極が発生。

$$P_{\text{NL}}(f_i \pm f_j \pm f_k) = \frac{d}{8} \varepsilon_0 \chi_3 E_i E_j E_k^* e^{-i2\pi(f_i \pm f_j \pm f_k)t} + c.c. \quad \left(\begin{array}{l} i, j, k = \{1, 2, 3\} \\ d: \text{縮退係数} \end{array} \right)$$

入射光周波数帯に着目すると、

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_i + f_i - f_i = f_i & \Rightarrow \text{自己位相変調} \\ f_i + f_j - f_j = f_i & \Rightarrow \text{相互位相変調} \\ f_i + f_j - f_k = f_{ijk} & \Rightarrow \text{四光波混合} \end{array} \right.$$

非線形光の発生

非線形分極から非線形光発生

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - i \frac{\alpha n}{c} \frac{\partial}{\partial t} E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \mu \frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2} \quad (\text{損失媒質内の伝搬方程式})$$

伝搬光/非線形分極波をキャリア成分とその振幅部に分けて表示

$$E(z, t) = \frac{1}{2} A(z) e^{i(\beta z - \omega t)} + c.c. \quad P_{\text{NL}} = \frac{1}{2} A_{\text{NL}} e^{i(\beta_{\text{NL}} z - \omega_{\text{NL}} t)} + c.c.$$

前ページの非線形分極 P_{NL} に対応付けると、 $\omega_i + \omega_j - \omega_k = \omega_{\text{NL}}$ として、

$$A_{\text{NL}} = \frac{d}{4} \varepsilon_0 \chi_3 A_i A_j A_k^* e^{i\Delta\beta z} \quad (\Delta\beta = \beta_i + \beta_j - \beta_k - \beta_{\text{NL}}) \text{ 位相不整合}$$

以上を伝搬方程式に代入し、Slowly Varying 近似で展開

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{\alpha}{2} A + i \frac{d\omega\chi_3}{8cn} A_i A_j A_k^* e^{i\Delta\beta z}$$

上記は伝搬光強度の話。

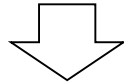
光パワーについては断面積方向の空間分布を考慮する必要あり; 実効断面積 A_{eff}

自己位相変調 (Self Phase Modulation: SPM)

$i = j = k$ の場合; $\omega_i + \omega_i - \omega_i = \omega_i$ $\Delta\beta = \beta_i + \beta_i - \beta_i - \beta_i = 0$

$$\frac{dA_i}{dz} = -\frac{\alpha}{2} A_i + i \frac{3\omega\chi_3}{8cn} A_i A_i A_i^* = -\frac{\alpha}{2} A_i + i \frac{3\omega\chi_3}{8cn} |A_i|^2 A_i = \left\{ -\frac{\alpha}{2} + i\kappa |A_i|^2 \right\} A_i$$

$$\left(\kappa \equiv \frac{3\omega\chi_3}{8cn} \right)$$



90° 位相シフト

$$A_i(z_0 + \Delta z) \approx A_i(z_0) + \left[\frac{dA_i}{dz} \right]_{z_0} \cdot \Delta z = A_i(z_0) + \left\{ -\frac{\alpha}{2} + i\kappa |A_i(z_0)|^2 \right\} A_i(z_0) \cdot \Delta z$$

$$= A_i(z_0) \left\{ 1 + \left(-\frac{\alpha}{2} + i\kappa |A_i(z_0)|^2 \right) \Delta z \right\}$$

$$\approx A_i(z_0) e^{-(\alpha/2)\Delta z} \cdot e^{i\kappa |A_i(z_0)|^2 \Delta z}$$

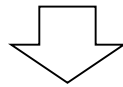
$$\left(e^\delta \approx 1 + \delta \right)$$

自身の光パワーによる位相シフト

相互位相変調 (Cross Phase Modulation: XPM)

$$i \neq j = k \text{ の場合}; \quad \omega_i + \omega_j - \omega_j = \omega_i \quad \Delta\beta = \beta_i + \beta_j - \beta_j - \beta_i = 0$$

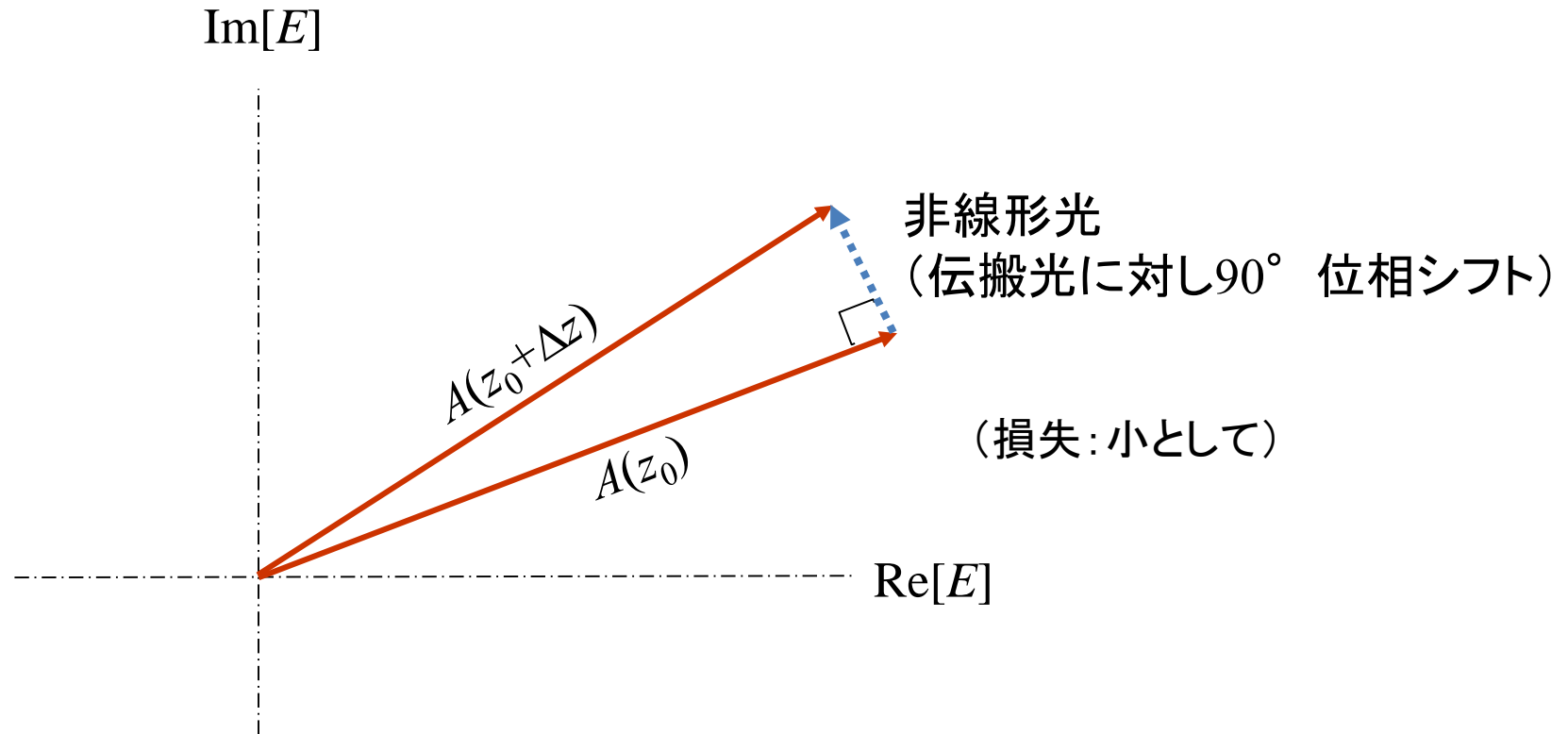
$$\frac{dA_i}{dz} = -\frac{\alpha}{2} A_i + i \frac{6\omega\chi_3}{8cn} A_i A_j A_j^* = -\frac{\alpha}{2} A_i + i2\kappa |A_j|^2 A_i = \left\{ -\frac{\alpha}{2} + i2\kappa |A_j|^2 \right\} A_i$$



$$\begin{aligned} A_i(z_0 + \Delta z) &\approx A_i(z_0) + \left[\frac{dA_i}{dz} \right]_{z_0} \cdot \Delta z = A_i(z_0) + \left\{ -\frac{\alpha}{2} + i2\kappa |A_j(z_0)|^2 \right\} A_i(z_0) \cdot \Delta z \\ &= A_i(z_0) \left\{ 1 + \left(-\frac{\alpha}{2} + i2\kappa |A_j(z_0)|^2 \right) \Delta z \right\} \\ &= A_i(z_0) e^{-(\alpha/2)\Delta z} \cdot e^{i2\kappa |A_j(z_0)|^2 \Delta z} \end{aligned}$$

他の光パワーによる位相シフト

光カー効果 (SPMとXPMの総称)

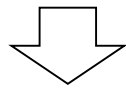


光強度による位相変調 → 位相変動 → スペクトル拡がり
→ ファイバ分散による波形歪み

四光波混合 (Four Wave Mixing: FWM)

$i \neq j \neq k$ または $i = j \neq k$ の場合; $\omega_i + \omega_j - \omega_k = \omega_{\text{NL}}$ $\Delta\beta = \beta_i + \beta_j - \beta_k - \beta_{\text{NL}} \neq 0$

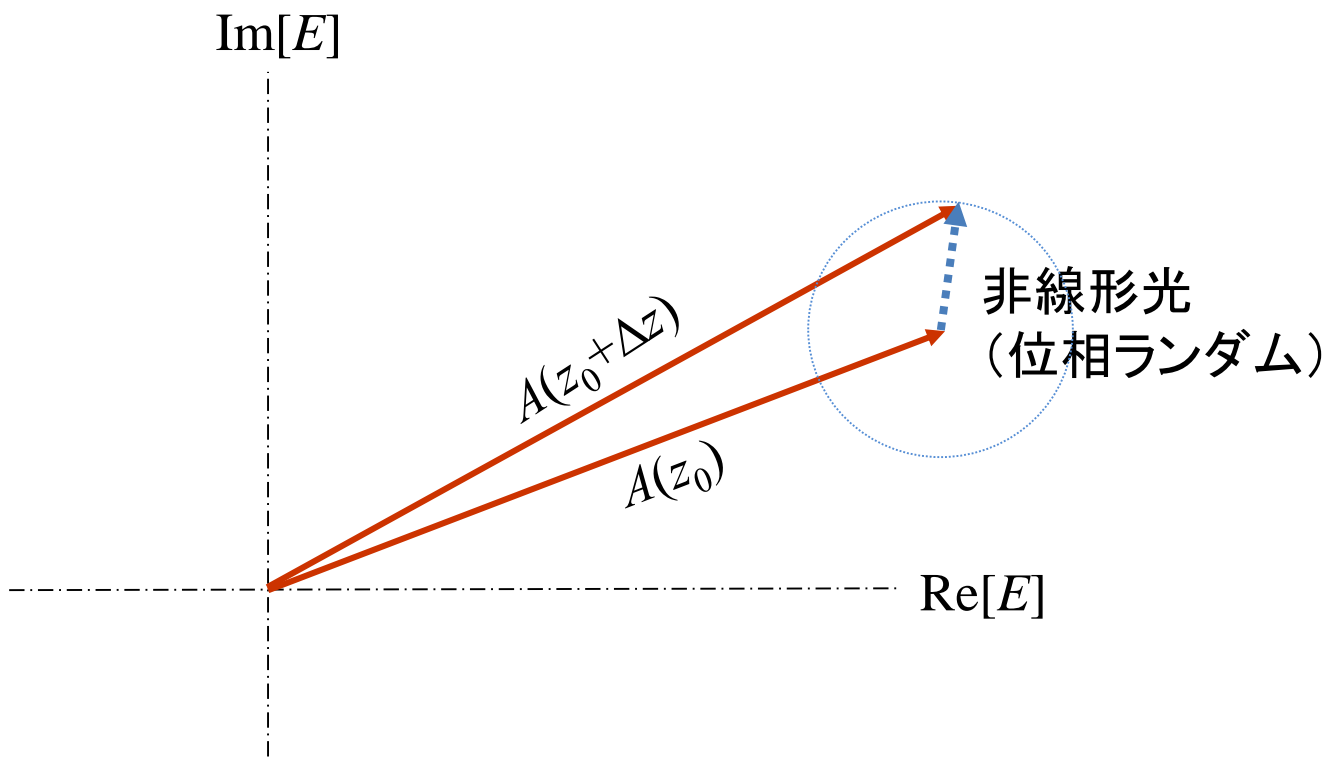
$$\frac{dA_{\text{NL}}}{dz} = -\frac{\alpha}{2} A_{\text{NL}} + i \frac{d\omega\chi_3}{8cn} A_i A_j A_k^* = -\frac{\alpha}{2} A_{\text{NL}} + id' \kappa A_i A_j A_k^*$$



$$A_{\text{NL}}(z_0 + \Delta z) \approx A_{\text{NL}}(z_0) + \left\{ -\frac{\alpha}{2} A_{\text{NL}}(z_0) + id' \kappa A_i(z_0) A_j(z_0) A_k^*(z_0) \right\} \cdot \Delta z$$
$$= \left\{ 1 - \frac{\alpha}{2} \Delta z \right\} A_{\text{NL}}(z_0) + \boxed{id' \kappa A_i(z_0) A_j(z_0) A_k^*(z_0) \cdot \Delta z}$$

位相は無相関

(ちなみに、同位相とすると位相感応増幅)



非線形光は干渉光(クロストーク)として作用

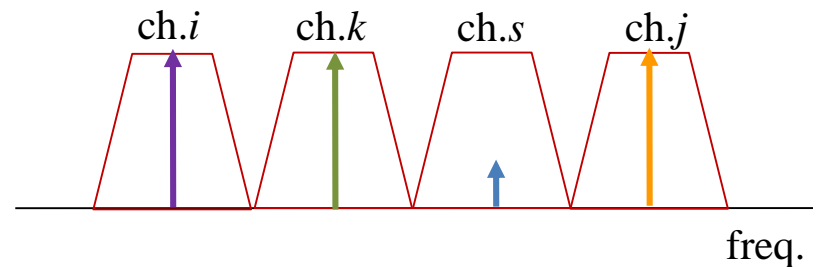
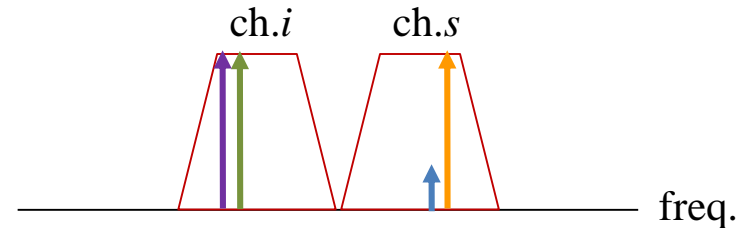
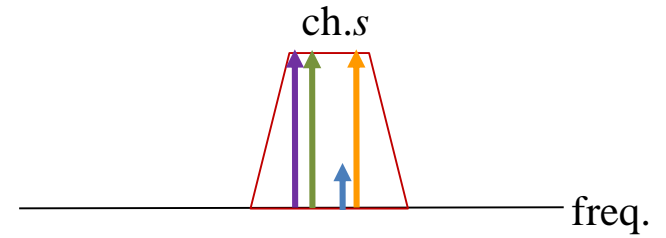
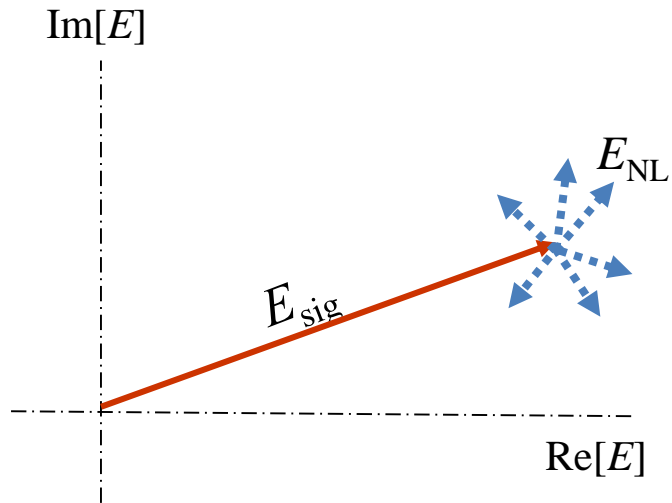


振幅/位相変動

非線形OSNR

非線形光は波形歪み (S の劣化) を引き起こす。
が簡便のため、これを雑音光とみなす。

(P. Poggiolini, OFC2013, OTh3G1)

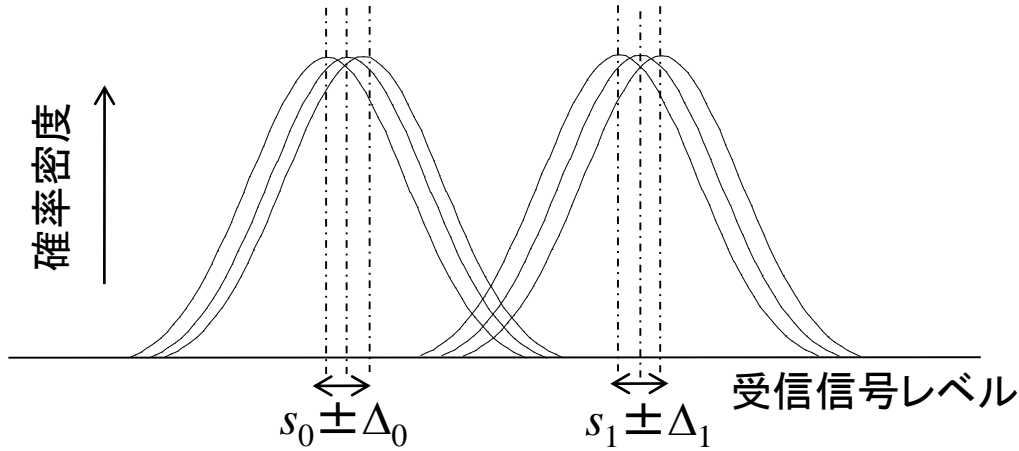


$$OSNR = \frac{P_{\text{sig}}}{\sum_{i,j,k} \eta_{ijk} P_{\text{NL}}^{(ijk)}} = \frac{P_{\text{sig}}}{\eta P_{\text{sig}}^3}$$

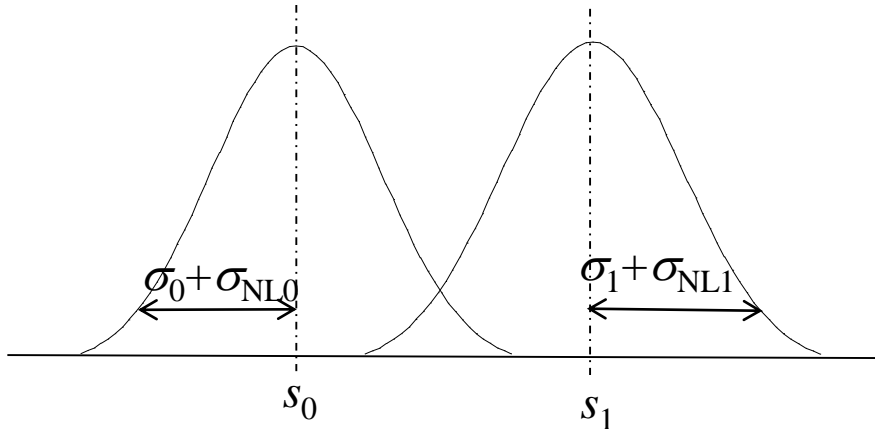
(η の値はケースバイケース)

非線形雑音

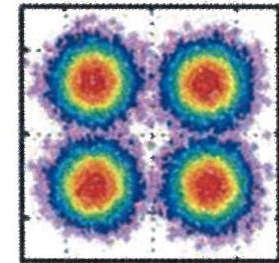
あるいは、受信信号レベル揺らぎ(波形歪み)を雑音とみなす。



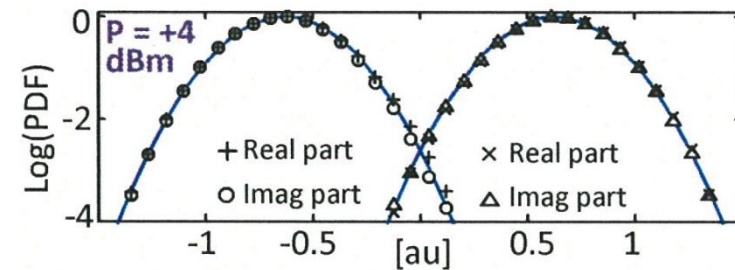
↓ (中心極限定理)



実験



非線形の影響を受けたQPSK信号のコンスタレーション



上記信号の復調信号分布

非線形シャノン限界

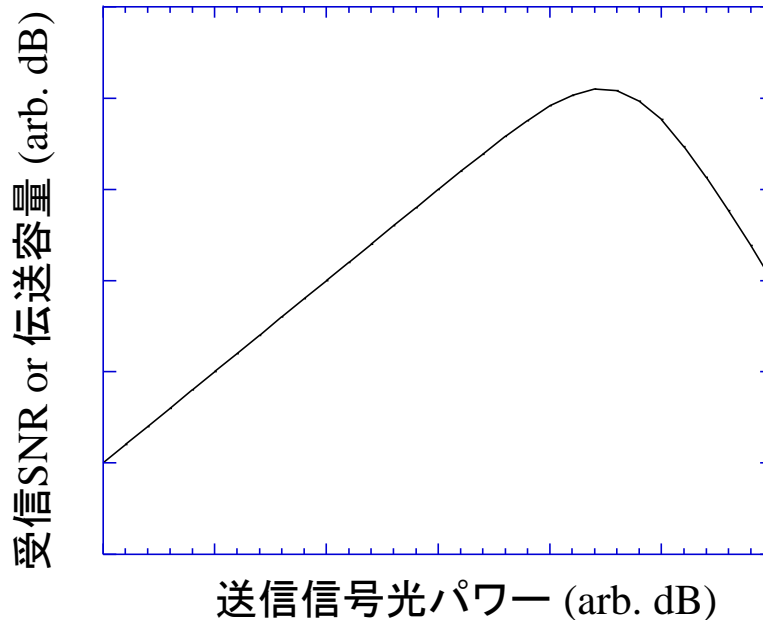
非線形雑音と光増幅器雑音を同等に扱うと、SNRが簡便な形で表される。

$$SNR \equiv \frac{P_s}{N_{sp} + a_{NL} P_s^3}$$

P_s : 送信光パワー

N_{sp} : 光増幅雑音パワー

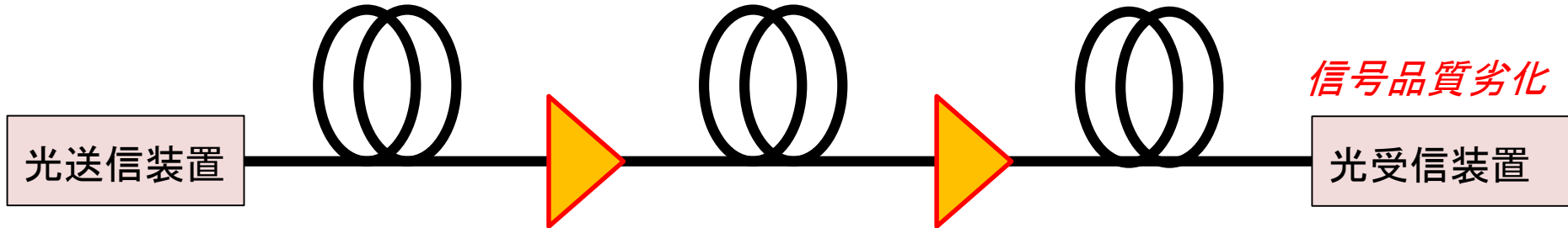
a_{NL} : 非線形効果を反映した係数



但し、 a_{NL} はシステム条件に依存。具体的には実際に即した数値計算が必要。

まとめ

ファイバ伝送信号光は、
光中継増幅及びファイバ非線形により信号品質が劣化する。



光増幅

自然放出光による雑音付加

$$E_{\text{out}} = \sqrt{G}E_{\text{in}} + E_{\text{sp}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \langle E_{\text{sp}} \rangle = 0 \\ \langle |E_{\text{sp}}|^2 \rangle = h\nu(G-1)n_{\text{sp}} \end{array} \right)$$

非線形

非線形光による波形歪み(等価的に雑音増加)

$$E_{\text{NL}} = \eta E_i E_j E_k^*$$

$$\left(\begin{array}{l} i = j = k : \text{自己位相変調} \\ i \neq j = k : \text{相互位相変調} \\ i \neq j \neq k : \text{四光波混合} \end{array} \right)$$