

光位相感応増幅の物理

大阪大学

井上 恭

位相感応増幅 (Phase Sensitive Amplification: PSA)

- 信号光の入力位相に依存して増幅作用が起こる現象
- 増幅現象の源は光非線形性 (パラメトリック相互作用)
- 低雑音増幅が可能
- 位相変調信号光の信号再生が可能

PSAを起こす光非線形性

四光波混合

3次非線形性 (χ_3 効果) から発生

媒質は光ファイバ

差周波発生

2次非線形性 (χ_2 効果) から発生

媒質はLiNbO₃ (導波路PPLN)

四光波混合 (Four Wave Mixing: FWM)

非線形分極

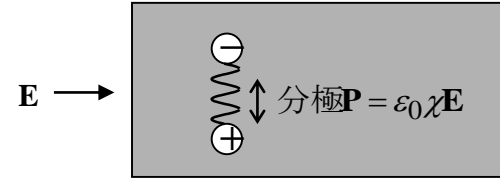
$$P = \epsilon_0 \chi(E)E$$

$$= \epsilon_0 \{ \chi_1 + \chi_2 E + \chi_3 E^2 + \dots \} E$$

$$= \epsilon_0 \chi_1 E + \epsilon_0 \chi_2 E^2 + \epsilon_0 \chi_3 E^3 + \dots$$

↑ ↑
2次非線形分極 3次非線形分極

P : 分極
 E : 光電場
 ϵ_0 : 誘電率 (真空中)
 χ : 感受率



四光波混合

3つの異なる周波数光が非線形媒質に入射されたとする。

$$E = E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t} + E_3 e^{i\omega_3 t} + c.c. \quad (c.c. \text{ 複素共役})$$

3次非線形分極項より新たな周波数成分が発生 → 四光波混合光

$$\begin{aligned} P^{(3)} &= \epsilon_0 \chi_3 \{ E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t} + E_3 e^{i\omega_3 t} + c.c. \}^3 \\ &= \epsilon_0 \chi_3 \{ E_1^3 e^{i3\omega_1 t} + E_2^3 e^{i3\omega_2 t} + E_3^3 e^{i3\omega_3 t} + E_1 E_2 E_3 e^{i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \dots \\ &\quad + E_1^2 E_2^* e^{i(2\omega_1 - \omega_2)t} + E_1^2 E_3^* e^{i(2\omega_1 - \omega_3)t} + E_2^2 E_3^* e^{i(2\omega_2 - \omega_3)t} + \dots \\ &\quad + E_1 E_2 E_3^* e^{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t} + E_1 E_3 E_2^* e^{i(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2)t} + E_2 E_3 E_1^* e^{i(\omega_2 + \omega_3 - \omega_1)t} + \dots \} \end{aligned}$$

位相整合

非線形分極から効率良く非線形光が発生するには、位相整合が必要。

伝播光を $E(\omega_k) = Ae^{i(\omega_k t - \beta_k z)} + c.c.$ と表記すると ($k = 1, 2, 3, 4$)

非線形分極:

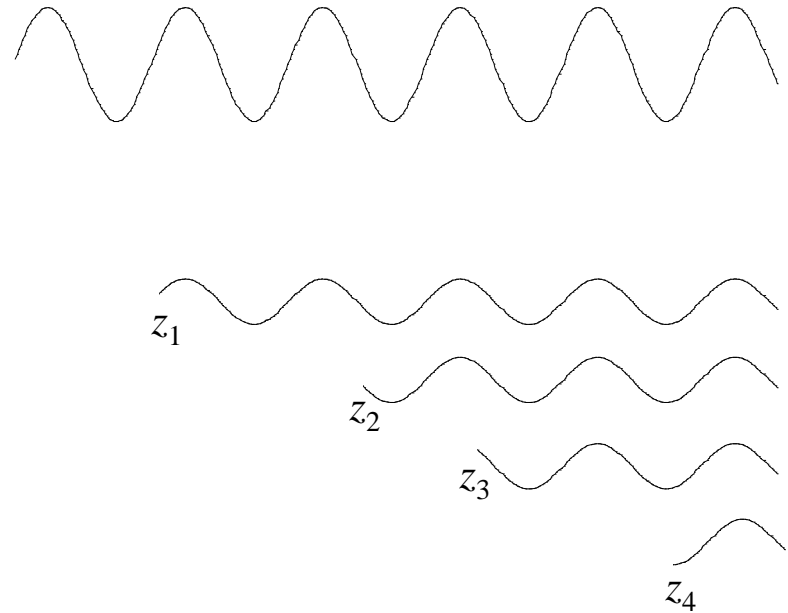
$$\begin{aligned} P(\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3) &= E_1 E_2 E_3^* e^{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t} + c.c. \\ &= A_1 A_2 A_3^* e^{i\{\omega_4 t - (\beta_1 + \beta_2 - \beta_3)z\}} + c.c. \end{aligned}$$

$$\text{発生光1: } A_4(z_1) e^{i\{\omega_4 t - \beta_4(z - z_1)\}} + c.c.$$

$$\text{発生光2: } A_4(z_2) e^{i\{\omega_4 t - \beta_4(z - z_2)\}} + c.c.$$

$$\text{発生光3: } A_4(z_3) e^{i\{\omega_4 t - \beta_4(z - z_3)\}} + c.c.$$

$$\text{発生光4: } A_4(z_4) e^{i\{\omega_4 t - \beta_4(z - z_4)\}} + c.c.$$



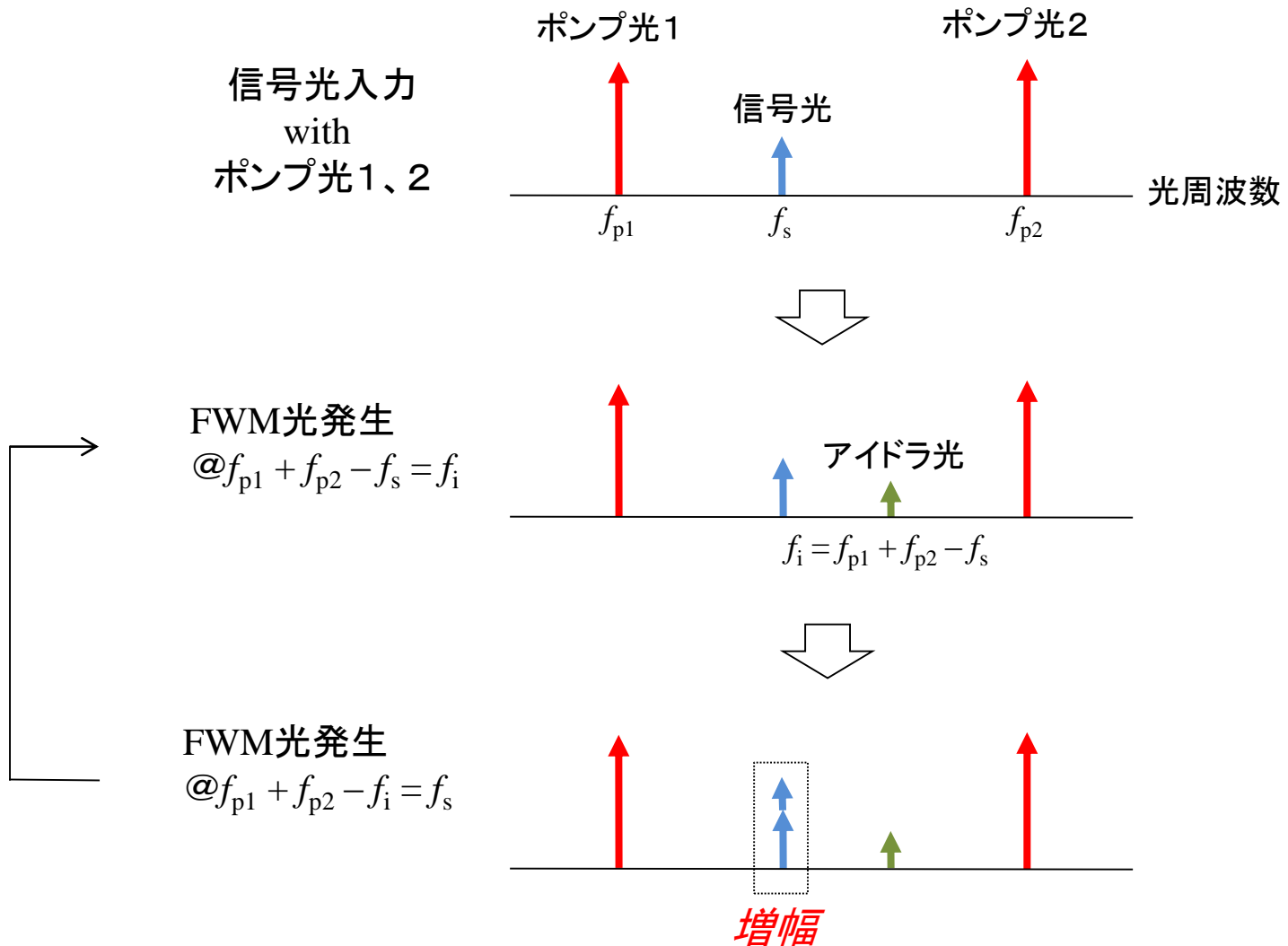
$\beta_1 + \beta_2 - \beta_3 = \beta_4$ であれば、全発生光が同位相で足し合わされる → 効率良く発生

位相整合条件

光パラメトリック増幅

(Optical Parametric Amplification: OPA)

四光波混合が進行すると、信号光増幅に至る。



位相共役特性

非線形分極 for アイドラ光

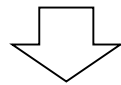
$$P(\omega_1) = \varepsilon_0 \chi_3 A_{p1} A_{p2} A_s^* e^{i(\omega_1 t - \beta_1 z)}$$

$$\left(\begin{array}{l} \omega_{p1} + \omega_{p2} - \omega_s = \omega_1 \\ \beta_{p1} + \beta_{p2} - \beta_s = \beta_1 : \text{位相整合} \end{array} \right)$$

複素振幅を絶対値と位相に分けて表記すると、 $A_k = |A_k| e^{i\theta_k}$ ($k = p1, p2, s$)

$$P(\omega_1) = \varepsilon_0 \chi_3 |A_{p1}| |A_{p2}| |A_s| e^{i(\theta_{p1} + \theta_{p2} - \theta_s)} \cdot e^{i(\omega_1 t - \beta_1 z)}$$

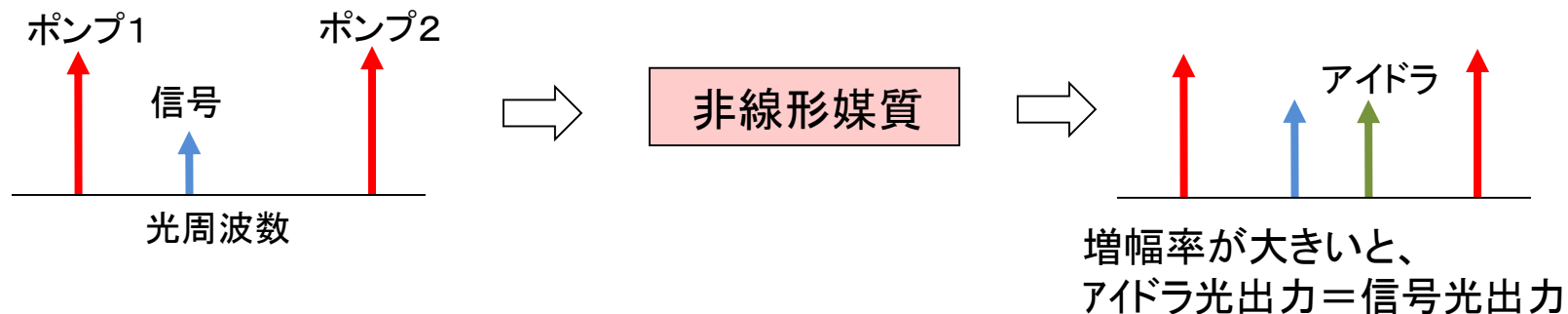
↑
信号光位相が反転



アイドラ光は信号光の位相反転波

縮退パラメトリック増幅

通常のパラメトリック増幅

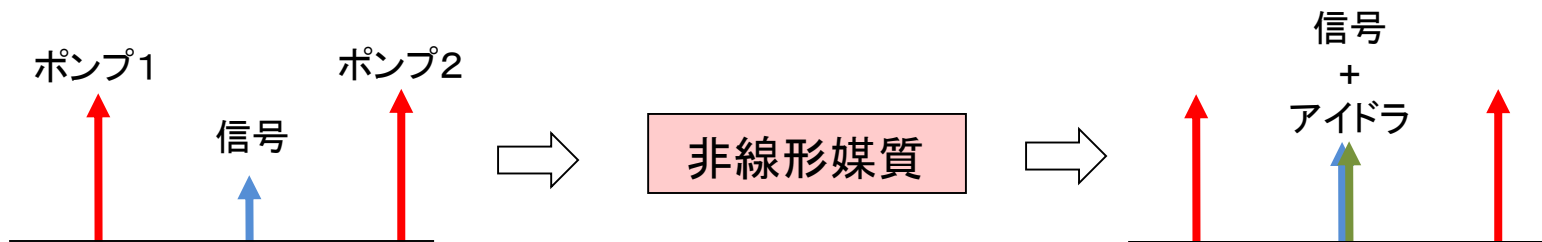


縮退パラメトリック増幅

信号光周波数を2つのポンプ光の真ん中に配置; $f_s = \frac{f_{p1} + f_{p2}}{2}$

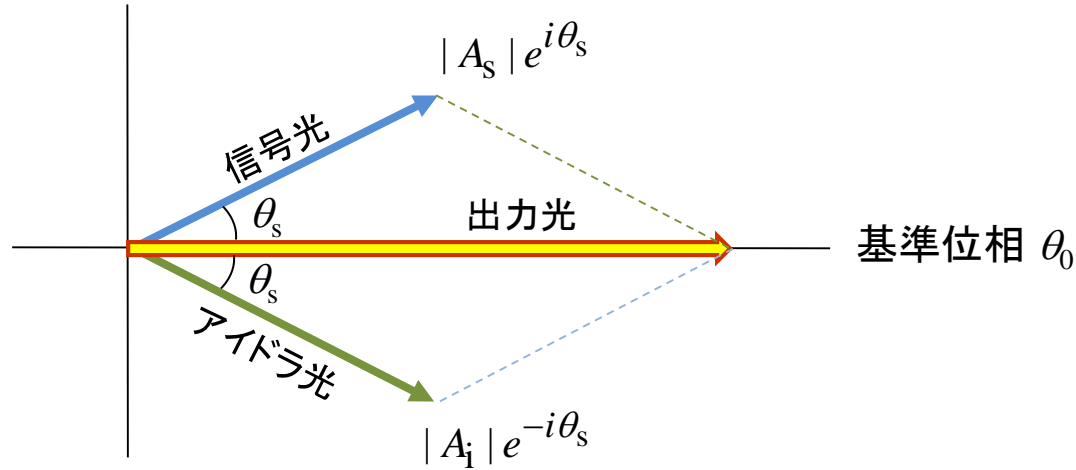


信号光周波数にアイドラ光発生; $f_i = f_{p1} + f_{p2} - f_s = f_{p1} + f_{p2} - \frac{f_{p1} + f_{p2}}{2} = \frac{f_{p1} + f_{p2}}{2} = f_s$



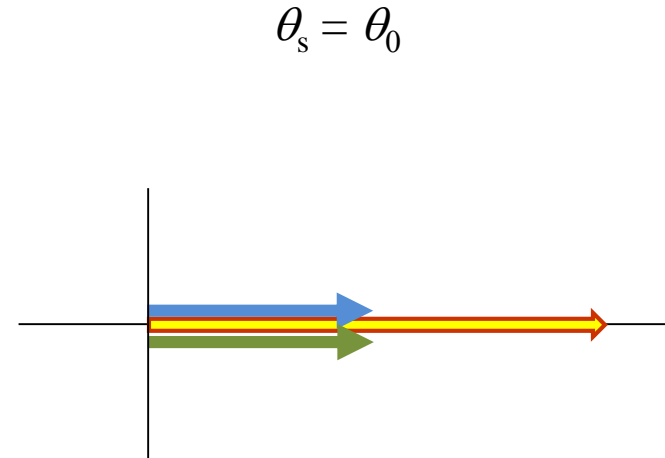
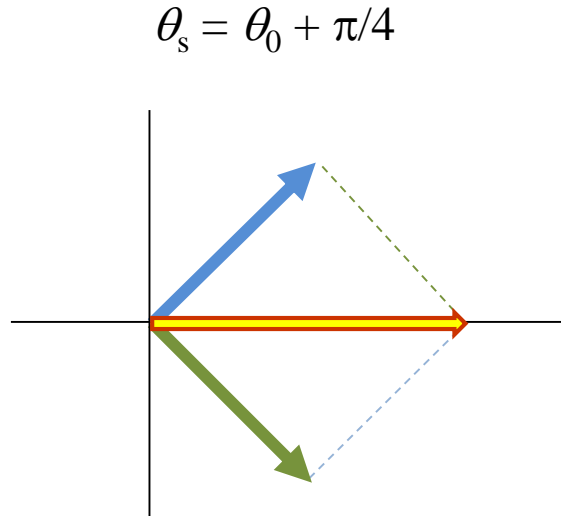
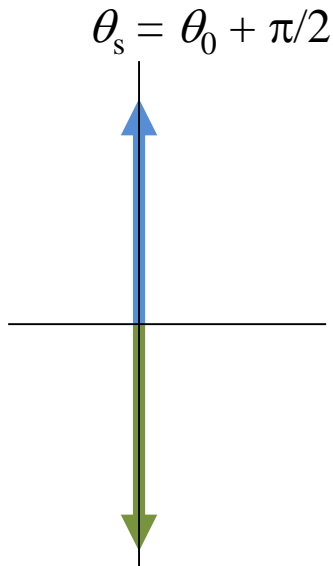
出力光は信号光とアイドラ光の足し合わせ

足し合わせの際、アイドラ光は信号光の位相反転波。複素振幅平面で描くと、

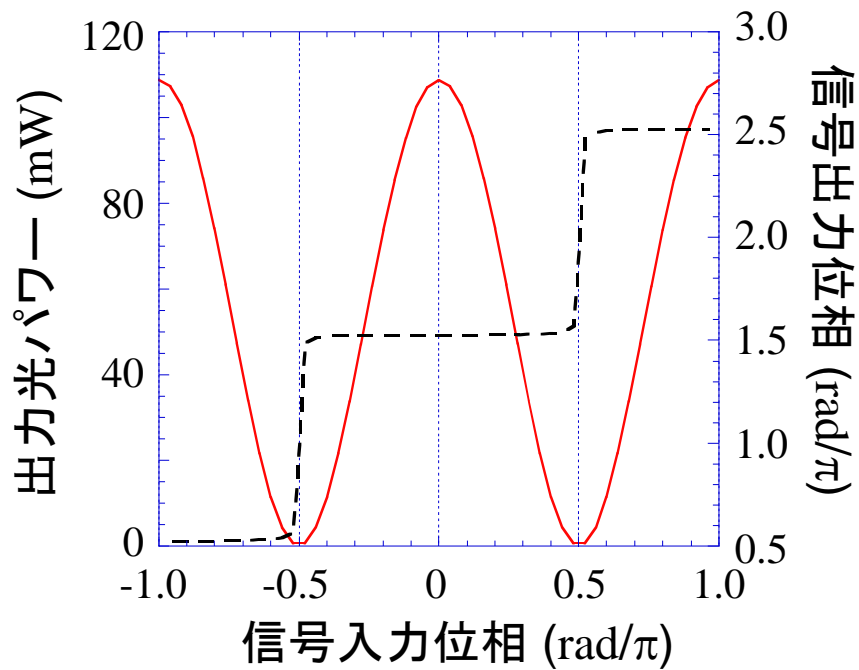
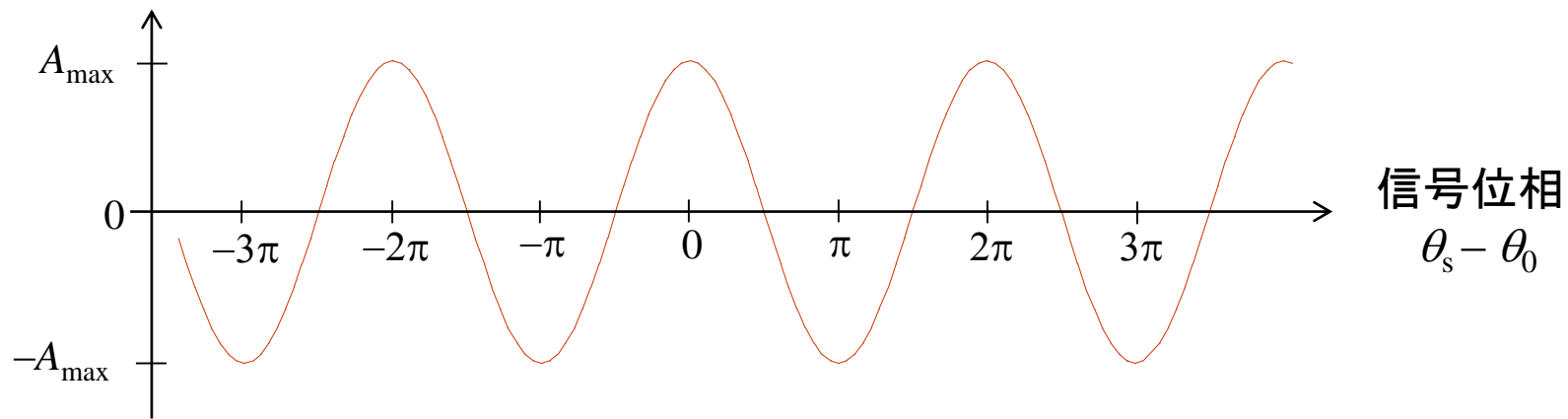


- 出力光振幅は信号光位相に依存; $\propto \cos(\theta_s - \theta_0)$
- 出力位相は一定値; θ_0 or $\theta_0 + \pi$

位相感応増幅



出力振幅



非線形結合方程式

理論解析は、各光波の伝播特性を記述する連立微分方程式による。
 (これらは非線形分極項をMaxwell方程式に代入して展開すると導き出される。)

ポンプ光1:
$$\frac{dE_{p1}}{dz} = i\gamma(|E_{p1}|^2 + 2|E_{p2}|^2 + 2|E_s|^2) + i\gamma E_s^2 E_{p2}^* e^{-i\Delta\beta z}$$

$$\left(\begin{array}{l} \gamma: \text{非線形係数、} \\ \Delta\beta \equiv \beta_{p1} + \beta_{p2} - 2\beta_s \end{array} \right)$$

ポンプ光2:
$$\frac{dE_{p2}}{dz} = i\gamma(2|E_{p1}|^2 + |E_{p2}|^2 + 2|E_s|^2) + i\gamma E_s^2 E_{p1}^* e^{-i\Delta\beta z}$$

信号光
= アイドラ光:
$$\frac{dE_s}{dz} = i\gamma(2|E_{p1}|^2 + 2|E_{p2}|^2 + |E_s|^2) + i2\gamma E_{p1} E_{p2} E_s^* e^{i\Delta\beta z}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ |E_s|^2 \ll |E_{p1}|^2 = |E_{p2}|^2 \equiv P_p \\ \text{位相整合} \end{array}$$

$$E_s(z) = \left\{ E_s(0) \cosh(2\gamma P_p z) + i e^{i\{\theta_{p1}(0) + \theta_{p2}(0)\}} E_s(0)^* \sinh(2\gamma P_p z) \right\} e^{i4\gamma P_p z}$$

$$\left(\begin{array}{l} \theta_{p1}(0): \text{ポンプ1入力位相} \\ \theta_{p2}(0): \text{ポンプ2入力位相} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ e^{2\gamma P_p z} \gg e^{-2\gamma P_p z} \end{array}$$

$$E_s(z) = \underbrace{\cos[\theta_s(0) - \theta_p(0) - \pi/4]}_{\text{振幅: 位相感応}} e^{i\{\theta_p(0) + 4\gamma P_p z + \pi/4\}} \underbrace{|E_s(0)|}_{\text{位相: 信号位相に無依存}} e^{2\gamma P_p z}$$

$$\left(\theta_p(0) \equiv \frac{\theta_{p1}(0) + \theta_{p1}(0)}{2} \right)$$

振幅: 位相感応 **位相: 信号位相に無依存**

低雑音性

一般に、光増幅現象には自然放出光発生が伴う。

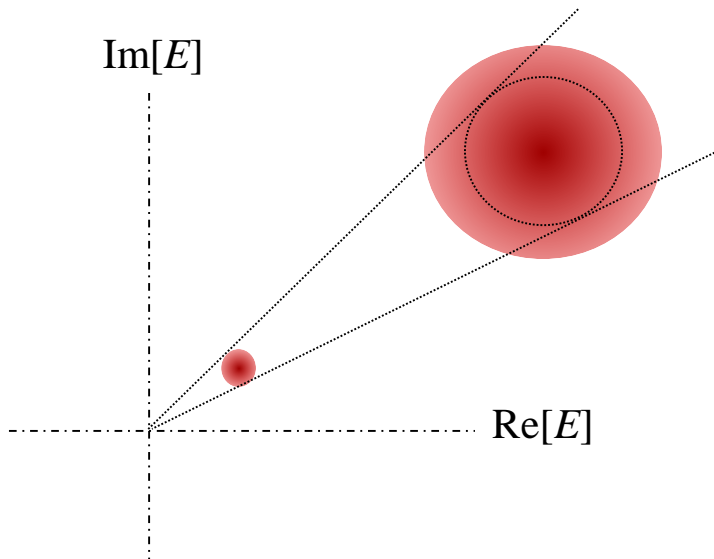
自然放出光は信号光に重畳して出力され、信号光揺らぎを引き起こす。

位相感応増幅において発生する自然放出光は位相不感応増幅より小さい。

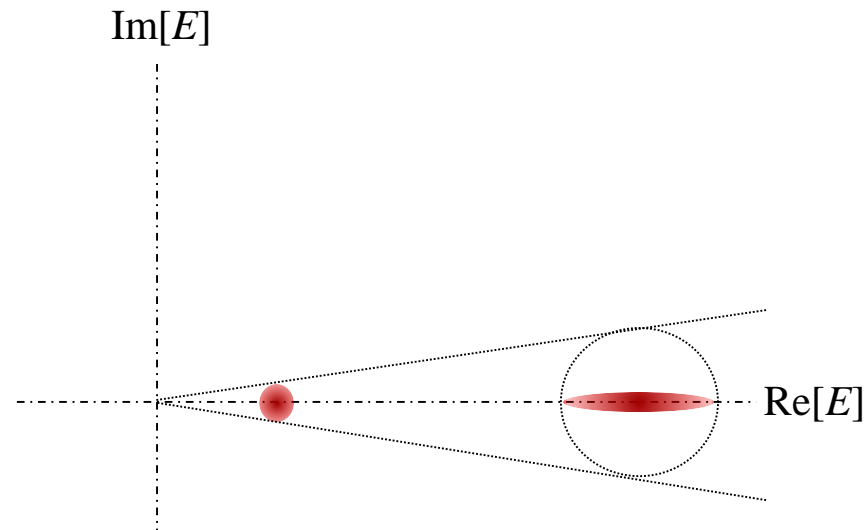


位相感応増幅は原理的に低雑音

通常パラメトリック増幅



縮退パラメトリック増幅



パラメトリック増幅における自然放出光は、真空場が増幅されたものとみなすことができる。

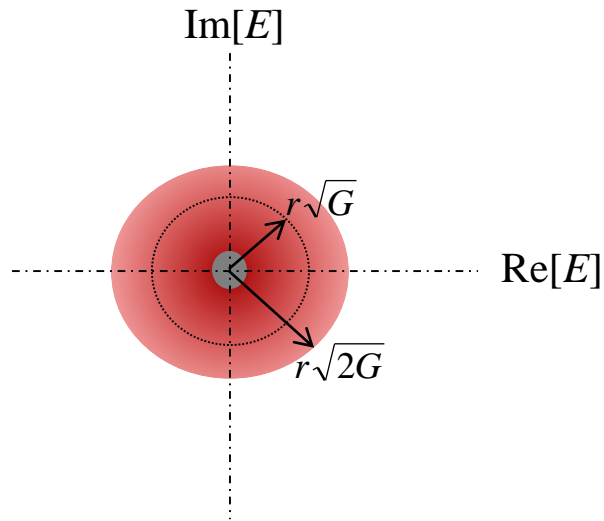
通常OPA

- シグナル波長/アイドラー波長の真空場が増幅
- シグナル/アイドラーは波長変換関係



自然放出光の大きさ:

$$[\text{真空場の大きさ}] \times [\text{信号利得}] \times 2$$



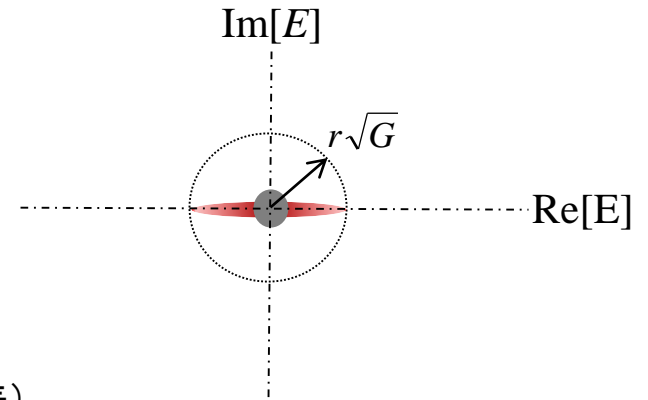
縮退OPA

- シグナル波長の真空場のみが増幅



動径方向の自然放出光の大きさ:

$$[\text{真空場の大きさ}] \times [\text{信号利得}]$$



(r : 真空場の標準偏差)

(G : 信号利得)

〔真空場: {平均ゼロ、エネルギー $hf/2$ }の電磁場。エネルギーが1光子の半分なので単独では観測されない。〕

$$E_s(z) = E_s(0) \cosh(2\gamma P_p z) + E_i(0)^* \sinh(2\gamma P_p z)$$



$$\hat{a}_s(t) = \hat{a}_s \cosh(gt) + \hat{a}_i^\dagger \sinh(gt)$$

$$\left[\hat{a}_s: \text{シグナル消滅演算子} \quad \hat{a}_i^\dagger: \text{アイドラ生成演算子} \quad \hat{a}_s^\dagger: \text{シグナル生成演算子} \right]$$

$$\text{初期状態: } |\Psi_{\text{in}}\rangle = |\alpha\rangle_s |0\rangle_i$$

$$E_s(z) = E_s(0) \cosh(2\gamma P_p z) + E_s(0)^* \sinh(2\gamma P_p z)$$



$$\hat{a}_s(t) = \hat{a}_s \cosh(gt) + \hat{a}_s^\dagger \sinh(gt)$$

$$\text{初期状態: } |\Psi_{\text{in}}\rangle = |\alpha\rangle_s$$

$|\alpha\rangle_s$: シグナルはコヒーレント状態 (純粹単一周波数光)

$|0\rangle_i$: アイドラは真空状態

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad \hat{a}^\dagger|\alpha\rangle = \alpha^*|\alpha\rangle \quad \hat{a}|0\rangle = 0$$

α は光電場の複素振幅値に対応

量子力学(ハイゼンベルグ表示)では、

— 物理量は演算子 \hat{X} で表される。

— 時間発展した物理量 $\hat{X}(t)$ の平均値は、初期状態 $|\Psi_{\text{in}}\rangle$ との内積 $\langle \Psi_{\text{in}} | \hat{X}(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle$ で与えられる。

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{a}_s(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle &= \alpha \cosh(gt) \\ &\approx \alpha \frac{e^{gt}}{2} = \alpha \sqrt{G} \\ &\quad \left[G \equiv (e^{gt}/2)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{a}_s(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle &= \alpha \cosh(gt) + \alpha^* \sinh(gt) \\ &= \alpha_r e^{gt} + i\alpha_i e^{-gt} \\ &= \alpha_r \sqrt{G} + i\alpha_i / \sqrt{G} \\ &\quad \left[\begin{array}{l} \alpha_r \equiv \text{Re}[\alpha] \quad \alpha_i \equiv \text{Im}[\alpha] \\ G \equiv e^{2gt} \end{array} \right] \end{aligned}$$

電場の拡がり具合をみるためには、 $\hat{a}_s(t)$ を実数部 $\hat{X}_1(t)$ と虚数部 $\hat{X}_2(t)$ に分けて考える。

$$\hat{a}_s(t) = \hat{X}_1(t) + i\hat{X}_2(t) \quad \longleftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_1(t) = \frac{\hat{a}_s(t) + \hat{a}_s^\dagger(t)}{2} \\ \hat{X}_2(t) = \frac{\hat{a}_s(t) - \hat{a}_s^\dagger(t)}{2i} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{X}_1^2(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle - \{ \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{X}_1(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle \}^2 \\ &= \frac{1}{4} \{ \cosh^2(gt) + \sinh^2(gt) \} \\ &\approx \frac{1}{4} \cdot 2G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{X}_1^2(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle - \{ \langle \Psi_{\text{in}} | \hat{X}_1(t) | \Psi_{\text{in}} \rangle \}^2 \\ &= \frac{1}{4} e^{2gt} \\ &\approx \frac{1}{4} \cdot G \end{aligned}$$

ちなみに、EDFAの自然放出光は、上準位にある原子が自発的に下準位に遷移する際に発生する光子が増幅されたもの。

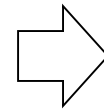
よって、(エネルギー) = $hf \times G$

一方、

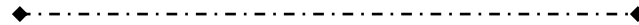
通常PSAの自然放出光エネルギーは、

$$(hf/2) \times G \times 2 = hf \times G$$

↑
(シグナル+アイドラ)



EDFAと通常PSAの雑音特性は同じ



二準位系における消滅演算子: $\hat{a}(t) \approx \hat{a} - (gt)\hat{\pi} + \frac{1}{2}(gt)^2(2\hat{\pi}^\dagger\hat{\pi} - 1)\hat{a}$

初期状態: $|\Psi_{in}\rangle = |\alpha\rangle_r |e\rangle_a$

出力振幅: $\langle \Psi_{in} | \hat{a}(t) | \Psi_{in} \rangle = \{1 + \frac{(gt)^2}{2}\} \alpha \approx \alpha \sqrt{G}$

振幅(実数成分)の分散: $\sigma_{x1}^2 = \frac{1}{2}\{(gt)^2 + 1\} - \frac{1}{4} \approx \frac{1}{4} \cdot 2G$

$$\hat{\pi} \equiv |g\rangle\langle e|$$

$$\hat{\pi}^\dagger \equiv |e\rangle\langle g|$$

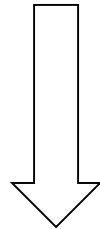
$|g\rangle$: 原子系下準位

$|e\rangle$: 原子系上準位

揺らぎ抑圧効果

位相感応増幅特性を利用すると、位相揺らぎ抑圧が可能。

$$E_s(z) = \cos[\theta_s(0) - \theta_p(0) - \pi/4] e^{i\{\theta_p(0) + 4\gamma P_p z + \pi/4\}} |E_s(0)| e^{2\gamma P_p z}$$

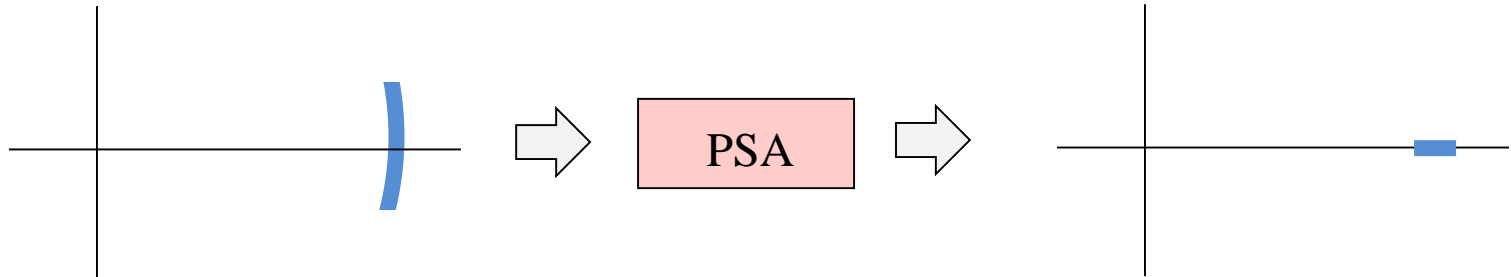


$$E_s(0) = A_s e^{i(\theta_{s0} + \delta)}$$

$$\theta_{s0} - \theta_p(0) - \pi/4 = 0$$

$$E_s(z) = \cos(\delta) e^{i(\theta_{s0} + 4\gamma P_p z)} |E_s(0)| e^{2\gamma P_p z}$$

出力位相一定



但し、振幅揺らぎを抑える効果は無い。どころか、位相雑音→振幅雑音
振幅揺らぎを抑えるには、利得飽和特性を利用。

利得飽和

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dE_{p1}}{dz} &= i\gamma(|E_{p1}|^2 + 2|E_{p2}|^2 + 2|E_s|^2) + i\gamma E_s^2 E_{p2}^* e^{-i\Delta\beta z} \\ \frac{dE_{p2}}{dz} &= i\gamma(2|E_{p1}|^2 + |E_{p2}|^2 + 2|E_s|^2) + i\gamma E_s^2 E_{p1}^* e^{-i\Delta\beta z} \\ \frac{dE_s}{dz} &= i\gamma(2|E_{p1}|^2 + 2|E_{p2}|^2 + |E_s|^2) + i2\gamma E_{p1} E_{p2} E_s^* e^{i\Delta\beta z} \end{aligned} \right. \quad \left(\Delta\beta = \beta_{p1} + \beta_{p2} - 2\beta_s \right)$$

$$\Downarrow \left\{ E_{p1}(z) = \sqrt{P_{p1}(z)} e^{i\theta_{p1}(z)} ; E_{p2}(z) = \sqrt{P_{p2}(z)} e^{i\theta_{p2}(z)} ; E_s(z) = \sqrt{P_s(z)} e^{i\theta_s(z)} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\sqrt{P_{p1}}}{dz} &= -\gamma P_s \sqrt{P_{p2}} \sin\phi \\ \frac{d\sqrt{P_{p2}}}{dz} &= -\gamma P_s \sqrt{P_{p1}} \sin\phi \\ \frac{d\sqrt{P_s}}{dz} &= 2\gamma \sqrt{P_{p1} P_{p2}} P_s \sin\phi \\ \frac{d\phi}{dz} &= \gamma(P_{p1} + P_{p2} - 2P_s) + \gamma \left\{ 4\sqrt{P_{p1} P_{p2}} - P_s \sqrt{\frac{P_{p2}}{P_{p1}}} - P_s \sqrt{\frac{P_{p1}}{P_{p2}}} \right\} \cos\phi - \Delta\beta \end{aligned} \right. \quad \left(\phi \equiv \underbrace{2\theta_s - \theta_{p1} - \theta_{p2}}_{\substack{\text{位相感応特性} \longrightarrow \text{初期位相} \\ \text{非線形屈折率}}} - \underbrace{\Delta\beta z}_{\substack{\uparrow \\ \text{伝播定数}}} \right)$$

{信号光増加; ポンプ光減少} when $\phi = \pi/2$ \iff 位相整合

信号光が小さい時 ($P_s \ll P_{p1}, P_{p2}$)

$$\frac{d\phi}{dz} = \gamma(P_{p1} + P_{p2}) + 4\gamma\sqrt{P_{p1}P_{p2}} \cos\phi - \Delta\beta$$

信号光位相がポンプ光に同期、かつ位相整合がとれている[$\gamma(P_{p1}^{(0)} + P_{p2}^{(0)}) - \Delta\beta = 0$]と、

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \pi/2 \\ \frac{d\phi}{dz} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \phi = \pi/2 \text{ が継続、信号光は増加し続ける。 (未飽和状態)}$$

信号光が大きくなると、

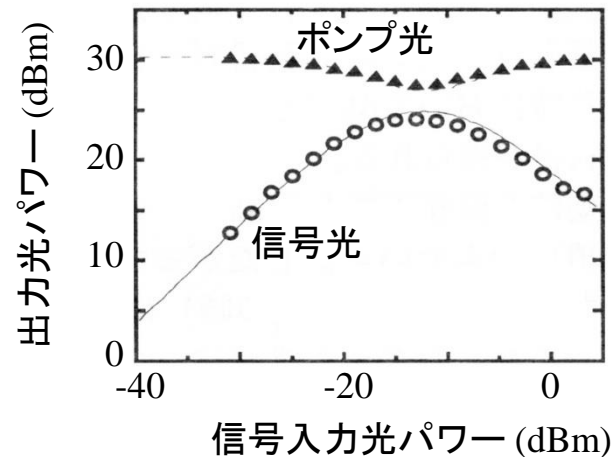
$$\frac{d\phi}{dz} = \gamma\{(P_{p1}^{(0)} - \Delta P_{p1}) + (P_{p2}^{(0)} - \Delta P_{p1}) - 2P_s\} - \Delta\beta = -\gamma\{\Delta P_{p1} + \Delta P_{p1} + 2P_s\} \neq 0$$



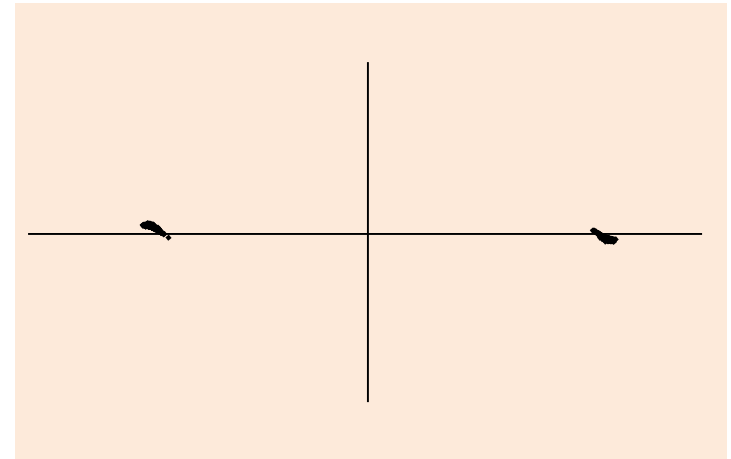
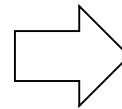
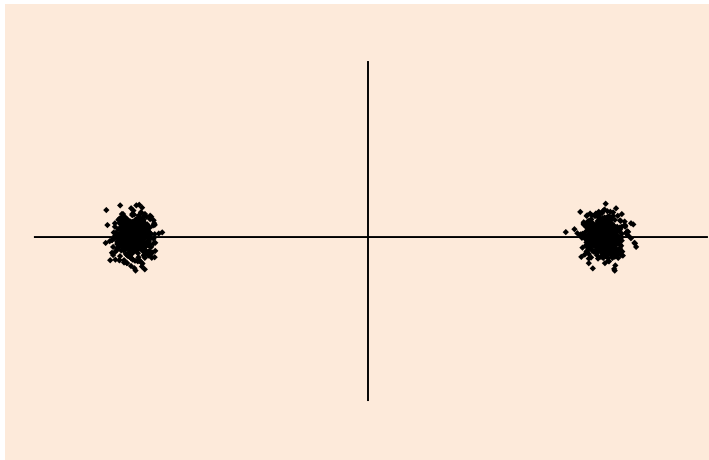
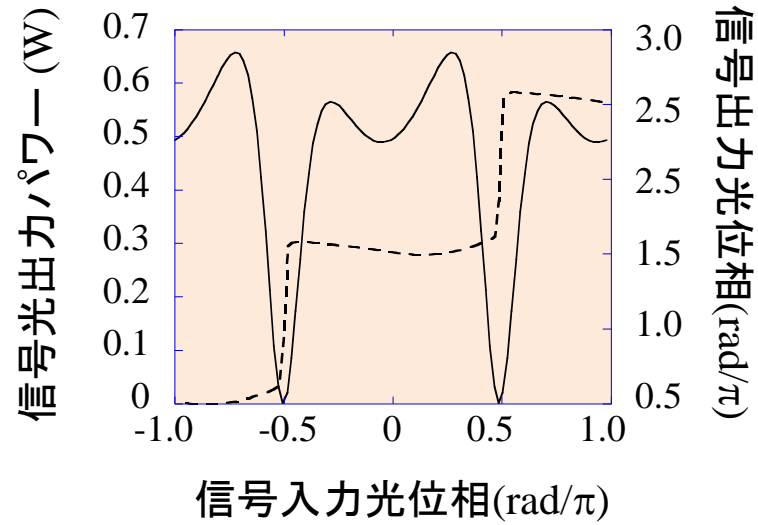
ϕ は $\pi/2$ から減少 = 信号光の増加率が減少 (利得飽和状態)



さらに進むと、 $\phi < 0$ の領域へ = 信号光減少



利得飽和を利用すると、振幅揺らぎ抑圧も可能。



偏波依存性

一般には、光電場/分極場は3次元ベクトル → 非線形感受率 χ_3 はテンソル

$$\mathbf{P}_{\text{NL}} = \chi_3 \vdots \mathbf{EEE}$$

ガラス媒質の場合

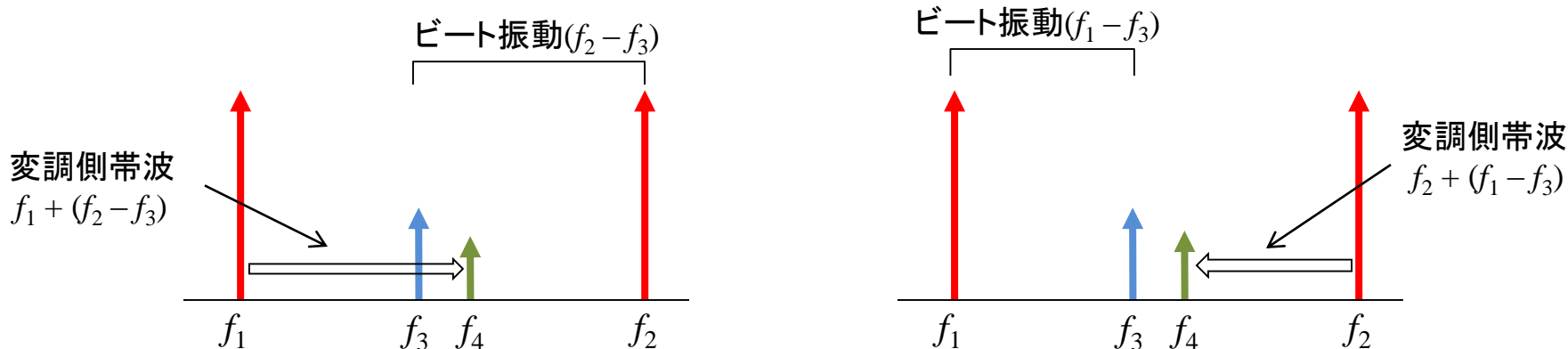
$$(\chi_{1122} = \chi_{1212} = \chi_{1221})$$

$$\begin{aligned} P_x^{\text{NL}}(f_1 + f_2 - f_3) &\propto \chi_{1122} E_x(f_1) E_x(f_2) E_x^*(f_3) + \chi_{1122} E_x(f_1) E_y(f_2) E_y^*(f_3) \\ &\quad + \chi_{1212} E_x(f_1) E_x(f_2) E_x^*(f_3) + \chi_{1212} E_y(f_1) E_x(f_2) E_y^*(f_3) \\ &\quad + \chi_{1221} E_x(f_1) E_x(f_2) E_x^*(f_3) + \chi_{1221} E_y(f_1) E_y(f_2) E_y^*(f_3) \\ &= \chi_{1122} [\mathbf{E}(f_2) \cdot \mathbf{E}^*(f_3)] E_x(f_1) + \chi_{1212} [\mathbf{E}(f_1) \cdot \mathbf{E}^*(f_3)] E_x(f_2) \\ &\quad + \chi_{1221} \{ E_x(f_1) E_x(f_2) E_x^*(f_3) + E_y(f_1) E_y(f_2) E_y^*(f_3) \} \end{aligned}$$

複屈折のあるファイバの場合

$$\mathbf{E}(f_1 + f_2 - f_3) \propto [\mathbf{E}(f_2) \cdot \mathbf{E}^*(f_3)] \mathbf{E}(f_1) + [\mathbf{E}(f_1) \cdot \mathbf{E}^*(f_3)] \mathbf{E}(f_2)$$

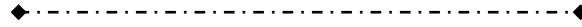
直感的には、



位相感応増幅となるには、信号光とアイドラ光が同一周波数/同一偏波。



ポンプ光と信号光は同一偏波の必要あり



ところで、2ポンプ位相不感応パラメトリック増幅では、
直交2ポンプとすることにより、偏波無依存化が可能。



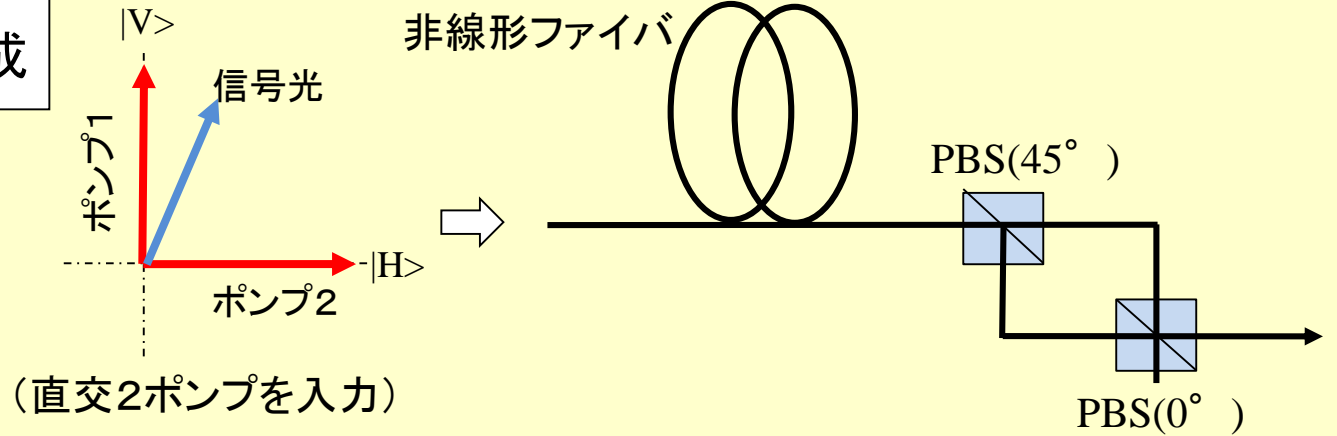
この場合、信号光とアイドラ光は異なる偏波状態。



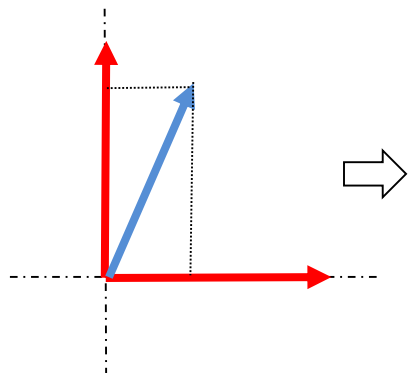
このままでは、位相感応増幅には応用できず。

そこで、.....

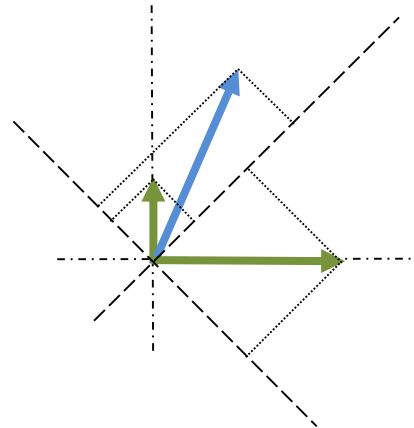
偏波無依存構成



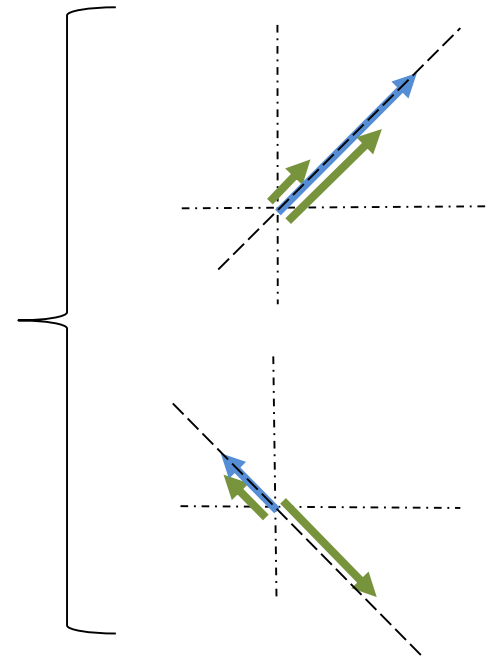
ファイバ入力



ファイバ出力=PBS(45)入力



PBS(45)出力

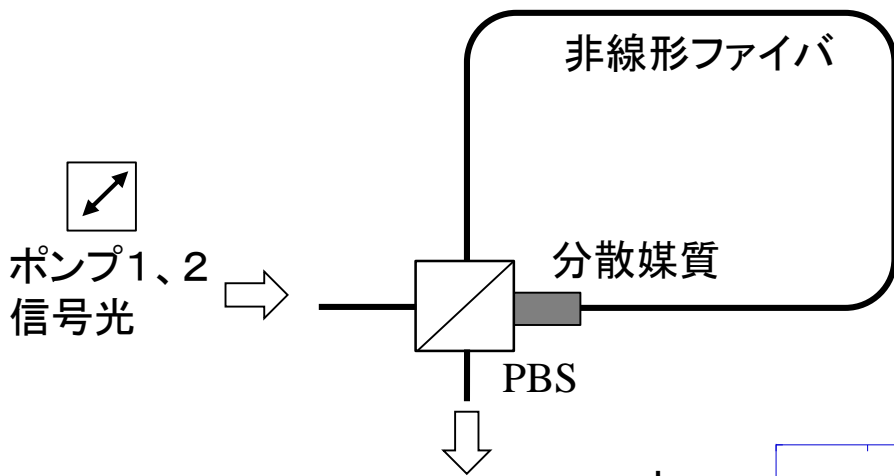


位相同期に関して

位相感応増幅ではポンプ光位相に合致した位相成分のみ増幅。

なので、信号光入力位相とポンプ光位相を同期させる必要あり。

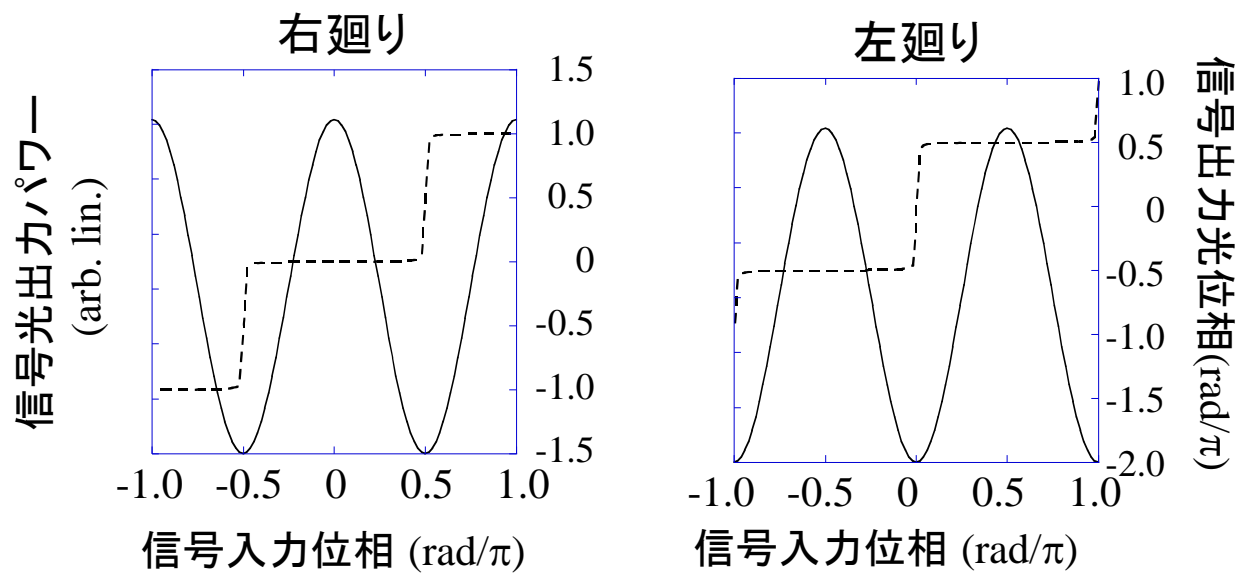
位相同期不要で出力位相一定にできないか。



分散媒質は、信号光とポンプ光との
相対位相を $\pi/2$ シフト



右廻りと左廻りとで位相ダイバーシティ



まとめ

位相感応増幅(PSA)の基本原理について述べた。

光パラメトリック増幅において、信号光とアイドラ光が縮退したのがPSA。

出力光は信号光とアイドラ光の合成波。

アイドラ光と信号光は位相共役関係であることから、

- ・出力光位相は信号入力位相に依らない一定値
- ・出力光振幅は、信号光とアイドラ光との中間位相状態への射影成分に比例

→ 位相感応特性

